

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Θέματα Πανελλαδικών Εξετάσεων

(Με την ύλη της σχολικής χρονιάς 2022-2023)

ΘΕΜΑ Α**A. Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής**

1. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι

- α. $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. β. $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. γ. $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. δ. $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Εσπερ. 2003

2. Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει

- α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν.
 β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.
 γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.
 δ. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.

Ομογ. 2003

3. Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα

- α. είναι ίση με το μηδέν. β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.
 γ. αυξάνεται με το χρόνο. δ. μειώνεται με το χρόνο.

Επαν. Εσπερ. 2004

4. Άνθρωπος βρίσκεται πάνω στην επιφάνεια και κοντά στο κέντρο οριζόντιου δίσκου που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο του. Αν ο άνθρωπος μετακινηθεί στην περιφέρεια του δίσκου, τότε η γωνιακή του ταχύτητα ω_2 θα είναι

- α. $\omega_2 = \omega_1$. β. $\omega_2 > \omega_1$. γ. $\omega_2 < \omega_1$. δ. $\omega_2 = 0$.

Εσπερ. 2005

5. Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν v_{cm} η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R, έχει μέτρο

- α. v_{cm} . β. $2v_{cm}$ γ. 0. δ. $\sqrt{2}v_{cm}$.

Επαν. Ημερ. 2005

6. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής στο σύστημα S.I. είναι

- α. $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. β. $1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. γ. $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. δ. $1 \text{ J} \cdot \text{s}$.

Ομογ. 2005

7. Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή. Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο

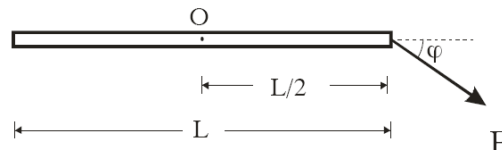
- α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.
 β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.
 γ. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.
 δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

Ομογ. 2005

8. Μία σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).
- Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.
 - Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.
 - Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.
 - Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.

Επαν. Ημερ. 2006

9. Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος L και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της O και είναι κάθετος σε αυτή. Η ροπή της δύναμης F ως προς το σημείο O έχει μέτρο



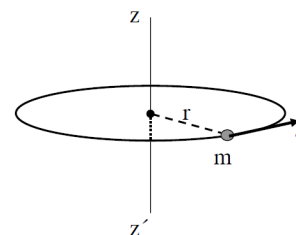
- α. 0. β. $F \frac{L}{2}$ γ. $F \frac{L}{2} \sin \varphi$ δ. $F \frac{L}{2} \eta \mu \varphi$

Ομογ. 2007

10. Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα, αρκεί
- η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
 - η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
 - η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
 - το έργο του βάρους του να είναι ίσο με μηδέν.

Ομογ. 2009

11. Υλικό σημείο μάζας m και ταχύτητας v κινείται σε περιφέρεια οριζώντιου κύκλου ακτίνας r , όπως στο σχήμα. Η στροφορμή του υλικού σημείου ως προς τον άξονα zz' , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και είναι κάθετος στο επίπεδό της
- είναι μονόμετρο μέγεθος.
 - έχει μέτρο mvr .
 - είναι διάνυσμα και έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα zz' .
 - έχει μονάδα το $\text{Kg} \cdot \text{m}$.

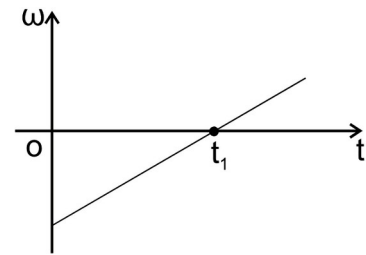


Επαν. Εσπερ. 2010

12. Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφορική κίνηση, τότε η γωνιακή του
- ταχύτητα αυξάνεται. β. ταχύτητα μένει σταθερή.
 - επιτάχυνση αυξάνεται. δ. επιτάχυνση μειώνεται.

Ομογ. 2010

13. Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα (ω) μεταβάλλεται με το χρόνο (t), όπως στο σχήμα. Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα
- είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1 .
 - είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.
 - είναι σταθερή και ίση με το μηδέν.
 - αυξάνεται με το χρόνο.



Επαν. Ημερ. 2012

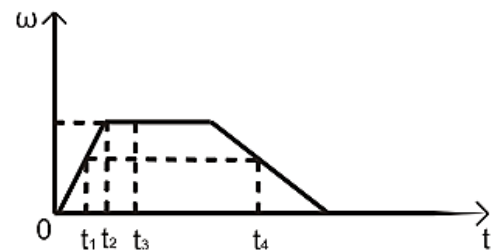
14. Κατά τη στροφική κίνηση ενός στερεού γύρω από σταθερό άξονα
- η διεύθυνση του διανύσματος της στροφορμής του στερεού μεταβάλλεται.
 - όλα τα σημεία του στερεού έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα.
 - κάθε σημείο του στερεού έχει γωνιακή ταχύτητα ανάλογη με την απόστασή του από τον άξονα περιστροφής.
 - κάθε σημείο του στερεού έχει μέτρο γραμμικής ταχύτητας ανάλογο με την απόστασή του από τον άξονα περιστροφής.

Ομογ. 2014

15. Ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα. Εάν διπλασιαστεί η στροφορμή του, χωρίς να αλλάξει ο άξονας περιστροφής γύρω από τον οποίο αυτό περιστρέφεται, τότε η κινητική του ενέργεια
- παραμένει σταθερή.
 - υποδιπλασιάζεται.
 - διπλασιάζεται.
 - τετραπλασιάζεται.

Ημερ. 2015

16. Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος.

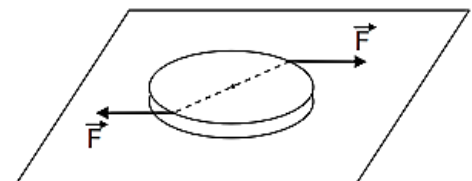


Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

- Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης αυξάνεται στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2 .
- Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι μικρότερο από το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_4 .
- Τη χρονική στιγμή t_3 η γωνιακή επιτάχυνση είναι θετική.
- Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή t_1 έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει η γωνιακή επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t_4 .

Ημερ. 2016

17. Ο ομογενής δίσκος του σχήματος ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε στον δίσκο ζεύγος δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η κίνηση του δίσκου είναι



- α. μόνο στροφοική με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.
- β. μόνο μεταφορική με σταθερή ταχύτητα.
- γ. μόνο στροφοική με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση.
- δ. μόνο μεταφορική με σταθερή επιτάχυνση.

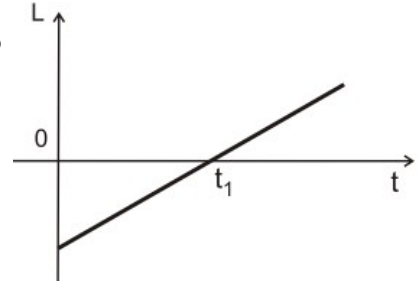
Επαν. Ημερ. – Ομογ. 2017

18. Οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από κατακόρυφο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος σε αυτόν.

Η στροφορμή L του δίσκου μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στο δίσκο

- α. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν.
- β. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1 .
- γ. αυξάνεται με το χρόνο.
- δ. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.



Επαν. Ημερ. – Ομογ. 2019

B. Ερωτήσεις συμπλήρωσης κενού

Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της πρότασης και δίπλα τη λέξη που τη συμπληρώνει σωστά.

1. Το αλγεβρικό άθροισμα των που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.

Ημερ. 2002

2. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι

Επαν. Ημερ. 2003

Γ. Ερωτήσεις Σωστού – Λάθους

Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με το γράμμα Σ, αν είναι σωστές ή με το γράμμα Λ, αν είναι λανθασμένες.

1. Στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.
2. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα είναι ανάλογη προς τη συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα.
3. Αν η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.
4. Η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, αν το αλγεβρικό άθροισμα ροπών των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι διάφορο του μηδενός.
5. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.
6. Κατά τη στροφοική κίνηση ενός σώματος ...

7. α. όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.
β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα $v = \omega r$ (ω η γωνιακή ταχύτητα, r η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).
γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega = \frac{v_{cm}}{R}$ (v_{cm} η ταχύτητα του κέντρου μάζας, R η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).
δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.
8. Όταν ο φορέας της δύναμης, η οποία ασκείται σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.
9. Αν η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται σε ένα σύστημα σωμάτων είναι ίση με μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος μεταβάλλεται.
10. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ και της γωνιακής επιτάχυνσης \vec{a} έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.
11. Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον Ήλιο.
12. Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα SI είναι το $1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$
13. Η στροφορμή είναι μονόμετρο μέγεθος.
14. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.
15. Η μονάδα της ροπής δύναμης στο SI είναι N.m.
16. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.
17. Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.
18. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.
19. Όλα τα σημεία ενός σώματος που εκτελούν μεταφορική κίνηση έχουν την ίδια ταχύτητα.
20. Αν η συνολική εξωτερική ροπή σ' ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.
21. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μετριέται σε $\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$.
22. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίροπα.
23. Μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι και το $1 \text{ N} \cdot \text{m}$.
24. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.
25. Σε στερεό σώμα σφαιρικού σχήματος που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα διερχόμενο από το κέντρο του ισχύει πάντα $\Sigma F = 0$.
26. Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά.
27. Μονάδα μέτρησης στροφορμής στο SI είναι το $1 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$.
28. Σε μια μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση στερεού σώματος, τα διανύσματα της γωνιακής επιτάχυνσης και της γωνιακής ταχύτητας έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.

29. Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.
30. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν οι δύο δυνάμεις.
31. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι η ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.
32. Η γη έχει στροφορμή μόνο λόγω της κίνησής της γύρω από τον ήλιο.
33. Κυλινδρικό σώμα κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του σημείου επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο είναι ίση με την ταχύτητα v_{cm} του κέντρου μάζας του.
34. Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο, η στροφορμή των τροχών ως προς τον άξονα περιστροφής είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς την ανατολή.
35. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.
36. Η ροπή μιας δύναμης τ ως προς άξονα περιστροφής είναι μηδέν, όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.
37. Η κίνηση ενός τροχού που κυλίνεται είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης.
38. Το συνολικό έργο της στατικής τριβής στην κύλιση χωρίς ολίσθηση ενός στερεού σώματος είναι ίσο με μηδέν.
39. Σε ένα ρολόι με δείκτες η γωνιακή επιτάχυνση του λεπτοδείκτη είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.
40. Αν σε ένα αρχικά ακίνητο ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί σταθερή δύναμη της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο μάζας του, το σώμα θα περιστραφεί.
41. Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο και ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού, τότε το στερεό σώμα δεν περιστρέφεται.
42. Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο η στροφορμή των τροχών του, ως προς τον άξονα περιστροφής τους, είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς τη δύση.

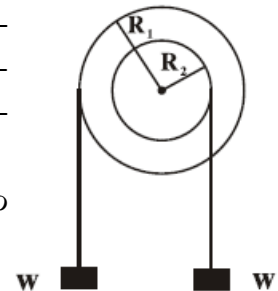
ΘΕΜΑ Β

1. Στο σχήμα φαίνεται σε τομή το σύστημα δύο ομοαξονικών κυλίνδρων με ακτίνες R_1 , R_2 με $R_1 > R_2$ που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος συμπίπτει με τον κατά μήκος άξονα συμμετρίας των κυλίνδρων.

Εξαιτίας των ίσων βαρών w που κρέμονται από τους δύο κυλίνδρους, πώς θα περιστραφεί το σύστημα;

- α. σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού
β. αντίθετα προς τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



Ομογ. 2002

1. Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες.

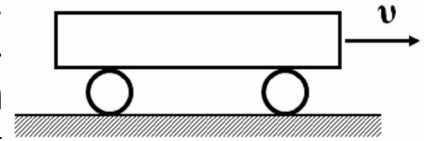
Επαν. Ημερ. 2003

α. $v_A = 2v_0$. β. $v_A = \sqrt{2}v_0$. γ. $v_A = v_0$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Ημερ. 2009

7. Μία δοκός κινείται πάνω σε δύο όμοιους κυλίνδρους, όπως φαίνεται στο σχήμα, χωρίς να ολισθαίνει. Οι κύλινδροι κυλίνουν στο οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνουν. Αν η δοκός μετατοπιστεί κατά 10 cm ο κάθε κύλινδρος θα μετατοπιστεί κατά

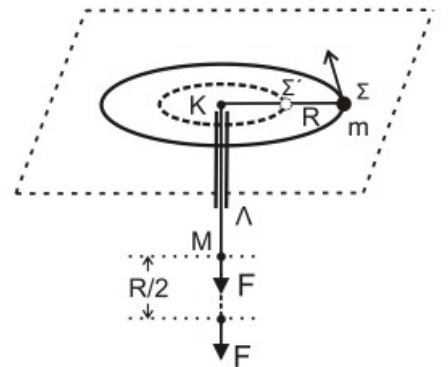


α. 10 cm. β. 5 cm. γ. 20 cm.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή τιμή. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ομογ. 2012

8. Το σφαιρίδιο του σχήματος, μάζας m , διαγράφει οριζόντιο κύκλο ακτίνας $K\Sigma = R$ με γωνιακή ταχύτητα ω δεμένο στο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος, το οποίο περνάει από κατακόρυφο σωλήνα ΚΛ. Στο άκρο Μ του νήματος ασκείται κατάλληλη δύναμη F , ώστε αυτό να κινηθεί χωρίς τριβή διαμέσου του σωλήνα μέχρι η ακτίνα περιστροφής του σφαιριδίου μάζας m να γίνει $K\Sigma' = R/2$.



Σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς, θεωρούμε ότι το σφαιρίδιο κινείται εκτελώντας κυκλική κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Το έργο της δύναμης F για τη μετακίνηση του σφαιριδίου μάζας m θα είναι ίσο με:

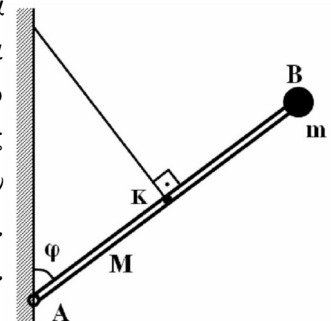
i. $\frac{1}{2} m \omega^2 R^2$ ii. $\frac{3}{2} m \omega^2 R^2$ iii. $\frac{3}{4} m \omega^2 R^2$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Ημερ. 2018

(Στα παρακάτω θέματα Γ και Δ έχουν αφαιρεθεί τα ερωτήματα που αντιστοιχούν σε μη-διδασκτέα ύλη για το Σχολικό Έτος 2022-2023)

ΘΕΜΑ Γ

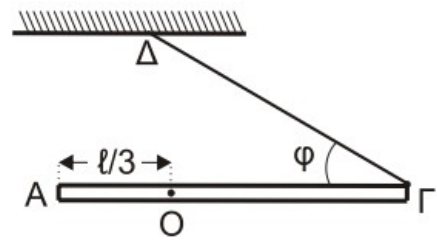
1. Μια ομογενής ράβδος ΑΒ που έχει μήκος $l = 3$ m και μάζα $M = 6$ kg έχει στο ένα άκρο της Β μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας $m = 1$ kg. Η ράβδος στηρίζεται με το άλλο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Η ράβδος συγκρατείται σε θέση ισορροπίας, σχηματίζοντας γωνία φ με την κατακόρυφο, με νήμα το οποίο είναι συνδεδεμένο στον τοίχο και στο μέσο (Κ) της ράβδου και είναι κάθετο σε αυτή, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



Γ2. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

Ομογ. 2012

2. Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $l=1,2\text{ m}$ και μάζας $M=1\text{ kg}$ μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο σε απόσταση $\frac{l}{3}$ από το άκρο Α της ράβδου.



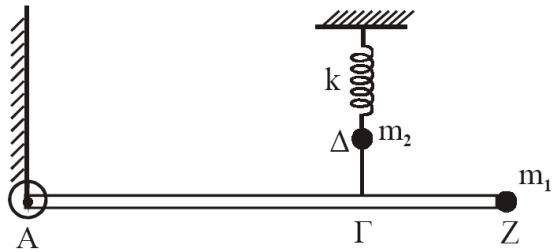
Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με αβαρές νήμα που σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με τη ράβδο, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα συνδεδεμένο σε σταθερό σημείο Δ, όπως στο σχήμα.

Το σύστημα αρχικά ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται.
Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής, πριν κοπεί το νήμα.

Ημερ. 2016 (παλαιού τύπου)

ΘΕΜΑ Δ

1. Ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΖ έχει μήκος $L=4\text{ m}$, μάζα $M=3\text{ kg}$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο άκρο της Α υπάρχει ακλόνητη άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Ζ υπάρχει στερεωμένο σφαιρίδιο μάζας $m_1=0,6\text{ kg}$ και αμε-



λητέων διαστάσεων. Ένα αβαρές τεντωμένο νήμα ΔΓ συνδέει το σημείο Γ της ράβδου με σφαιρίδιο μάζας $m_2=1\text{ kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητο. Η απόσταση ΑΓ είναι ίση με $2,8\text{ m}$. Όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο γίνονται και όλες οι κινήσεις. Να υπολογίσετε:

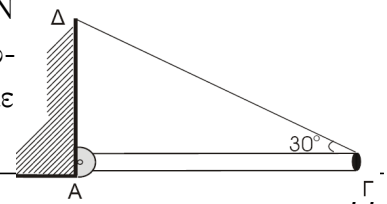
Δ1. το μέτρο της τάσης του νήματος ΔΓ.

Αν κόψουμε το νήμα ΔΓ, το σφαιρίδιο m_2 εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση, ενώ η ράβδος μαζί με το σώμα m_1 , υπό την επίδραση της βαρύτητας, περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από το σημείο Α. Να υπολογίσετε:

Δ2. το χρόνο που χρειάζεται το σφαιρίδιο m_2 από τη στιγμή που κόβεται το νήμα μέχρι τη στιγμή που θα φθάσει στην ψηλότερη θέση του για πρώτη φορά

Ημερ. 2003

2. Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος 1 m και βάρος 30 N ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Γ συνδέεται με

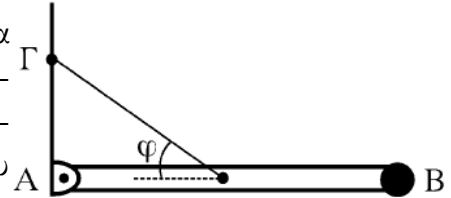


τον τοίχο με αβαρές νήμα ΔΓ που σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Δ1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο από το νήμα και την άρθρωση.

Ομογ. 2004

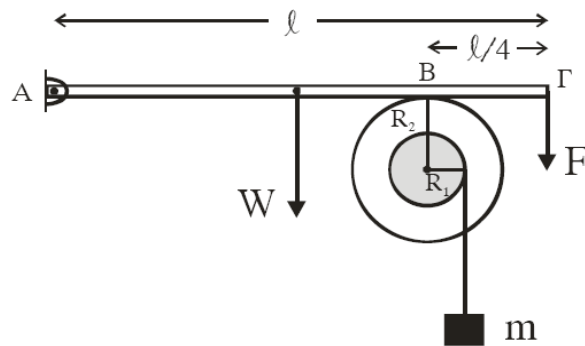
3. Μια ομογενής ράβδος AB που έχει μήκος $l=1\text{m}$ και μάζα $M=6\text{kg}$, έχει στο άκρο της B μόνιμα στερεωμένο ένα σώμα μικρών διαστάσεων με μάζα $m=2\text{kg}$. Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της A μέσω άρθρωσης και αρχικά διατηρείται οριζόντια με τη βοήθεια νήματος, το ένα άκρο του οποίου είναι δεμένο στο μέσο της ράβδου και το άλλο στον κατακόρυφο τοίχο, όπως στο σχήμα. Η διεύθυνση του νήματος σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με την διεύθυνση της ράβδου στην οριζόντια θέση ισορροπίας. Να υπολογίσετε:



Δ1. Το μέτρο της τάσης του νήματος.

Εσπερ. 2005

4. Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος l και μάζα $M=3\text{kg}$ έχει το άκρο της A αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου 9N , με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες $R_1=0,1\text{m}$ και $R_2=0,2\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι $\frac{l}{4}$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων.

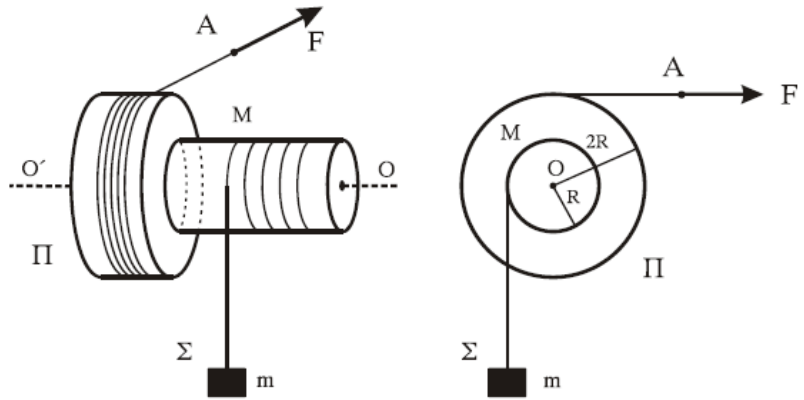
Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=0,09\text{kg m}^2$. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας $m=1\text{kg}$.

Δ1. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

Δ2. Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

Ημερ. 2006

5. Στερεό Π μάζας $M=10\text{kg}$ αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπου $R=0,2\text{m}$, όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=MR^2$. Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα $O'O$, που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας $m=20\text{kg}$ κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας R .

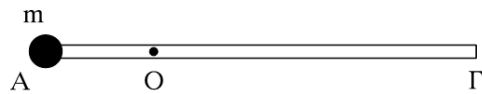


Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα $2R$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο A του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη F .

$\Delta 1$. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης F_0 που ασκείται στο ελεύθερο άκρο A του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο. Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$. Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό.

Ημερ. 2009

6. Λεπτή ομογενής ράβδος $ΑΓ$ μήκους l και μάζας M μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται

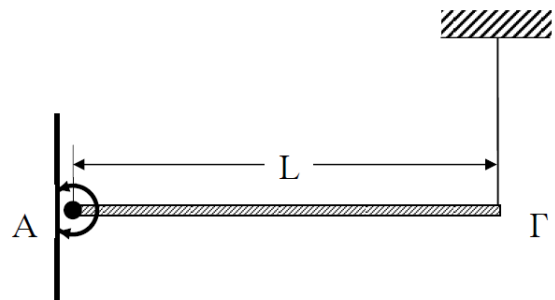


από το σημείο O της ράβδου. Η απόσταση του σημείου O από το A είναι $\frac{l}{4}$

Στο άκρο A της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα m , όπως φαίνεται στο σχήμα. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου $F=20\text{N}$.

$\Delta 1$. Να υπολογιστούν οι μάζες m και M .

7. Ομογενής ράβδος $ΑΓ$ μήκους $L=1\text{m}$ και μάζας $M=3\text{kg}$ ισορροπεί οριζόντια, όπως στο σχήμα. Το άκρο A της ράβδου στηρίζεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο Γ συνδέεται με την οροφή με κατακόρυφο σχοινί.

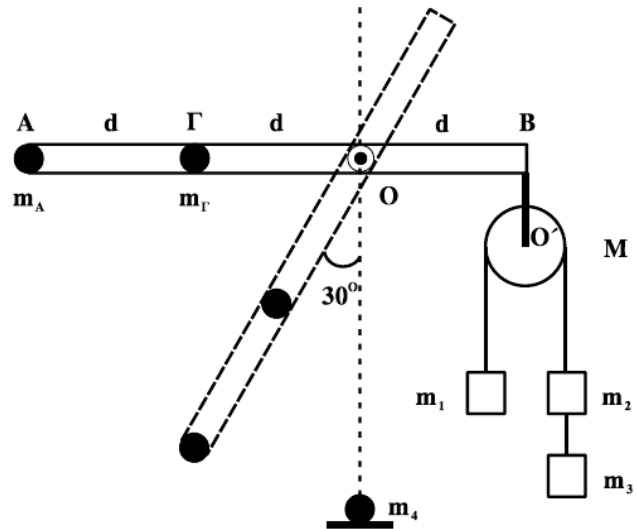


Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$. Να υπολογίσετε:

$\Delta 1$. τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το σχοινί, όταν αυτή ισορροπεί.

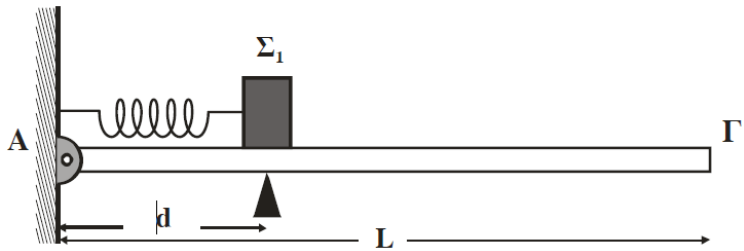
Επαν. Εσπερ. 2010

8. Αβαρής ράβδος μήκους $3d$ ($d=1\text{m}$) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το O . Στο άκρο A που βρίσκεται σε απόσταση $2d$ από το O υπάρχει σημειακή μάζα $m_A=1\text{ kg}$ και στο σημείο Γ , που βρίσκεται σε απόσταση d από το O έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_\Gamma=6\text{ kg}$. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο B , είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας $M=4\text{ kg}$ από την οποία κρέμονται οι μάζες $m_1=2\text{ kg}$, $m_2=m_3=1\text{ kg}$. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα O' .



Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

9. Λεία οριζόντια σανίδα μήκους $L=3\text{ m}$ και μάζας $M=0,4\text{Kg}$ αρθρώνεται στο άκρο της A σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση $d=1\text{m}$ από τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς $K=100$



N/m συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{Kg}$. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 .

Το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 βρίσκεται σε απόσταση d από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ασκούμε στο σώμα Σ_1 σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=40\text{N}$ με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο Γ της σανίδας. Όταν το σώμα Σ_1 διανύσει απόσταση $s=5\text{cm}$, η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στη συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ1. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ_1 .

Δ2. Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης F_A που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο Γ κινείται σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1\text{Kg}$ με ταχύτητα $v=2\sqrt{3}\text{ m/s}$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνση του σώματος Σ_1 είναι x_1 , όπου $x_1 \geq 0$. Το σώμα Σ_1 μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Δ3. Να βρείτε την απομάκρυνση x_1 .

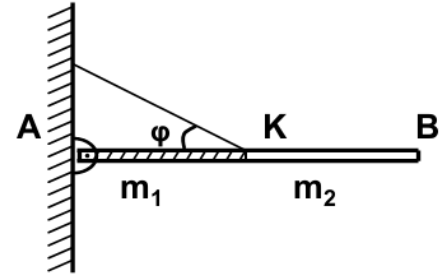
Δ4. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά.

Θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης προς το Γ. Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν.

Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$.

Επαν. Ημερ. 2011

10. Μια ισοπαχής δοκός AB αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα AK και KB, μήκους $L/2$ το καθένα, με μάζες $m_1=5m_2$ και $m_2=0,5\text{ kg}$, αντίστοιχα. Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο K, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό AB μήκους $L=1\text{ m}$. Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της A να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης, ενώ το μέσο της K συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία $\varphi=30^\circ$ με τη δοκό.



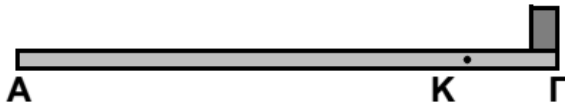
Δ1. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και την άρθρωση.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$, $\eta\mu 30^\circ = 1/2$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \sqrt{3}/2$.

Επαν. Ημερ. 2013

11. Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $l=1,5\text{ m}$ και μάζας M μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβή γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο σε αυτή, ο οποίος διέρχεται από σημείο K της ράβδου και απέχει από το άκρο Γ απόσταση $d=\frac{l}{6}$.

Στο άκρο Γ τοποθετούμε σώμα μάζας $m=3,2\text{ kg}$ αμελητέων διαστάσεων και το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση.



Να υπολογίσετε:

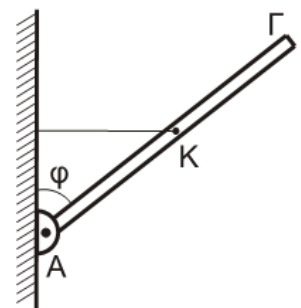
Δ1. τη μάζα M της ράβδου και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα.

Ομογ. 2013

12. Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $l=2\text{ m}$ και μάζας $M=5,6\text{ kg}$ ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο A της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο.

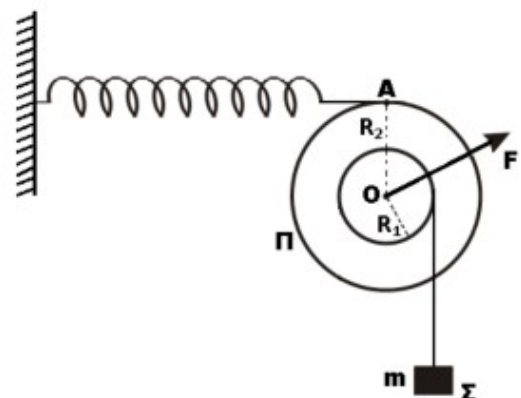
Δίνεται: $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$.

Δ1. Να προσδιορίσετε τη δύναμη \vec{F} που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.



4

13. Δύο συγκολλημένοι ομοαξονικοί κύλινδροι με ακτίνες R_1 και $R_2=2R_1$ αποτελούν το στερεό Π του σχήματος. Το στερεό έχει μάζα $M=25\text{ kg}$, ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής



5

του $I=1\text{kg}\cdot\text{m}^2$ και $R_1=0,2\text{ m}$. Το στερεό μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον άξονά του, χωρίς τριβές. Το σώμα Σ μάζας $m=50\text{ kg}$ κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος που είναι τυλιγμένο πολλές φορές στον κύλινδρο ακτίνας R_1 . Με τη βοήθεια οριζόντιου ελατηρίου το σύστημα ισορροπεί όπως στο σχήμα.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου.

Δ2. Να υπολογίσετε τη δύναμη (μέτρο, κατεύθυνση) που ασκεί ο άξονας στο στερεό.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση βαρύτητας είναι $g=10\text{m/s}^2$.

Ομογ. 2014

14. Ομογενής τροχαλία ισορροπεί έχοντας το νήμα τυλιγμένο γύρω της πολλές φορές. Η μία άκρη του νήματος είναι στερεωμένη στην οροφή O και η άλλη στο σώμα Σ , το οποίο ισορροπεί κρεμασμένο από κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K=40\text{ N/m}$, που είναι στερεωμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 10.

Η μάζα της τροχαλίας είναι $M=1,6\text{ kg}$, η ακτίνα της $R=0,2\text{ m}$. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας, ως προς άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδό της και ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας της δίνεται από σχέση $I=\frac{1}{2}MR^2$.

Το σώμα Σ θεωρείται σημειακό αντικείμενο μάζας $m=1,44\text{ kg}$. Το νήμα και το ελατήριο έχουν αμελητέες μάζες.

Δ1. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ .

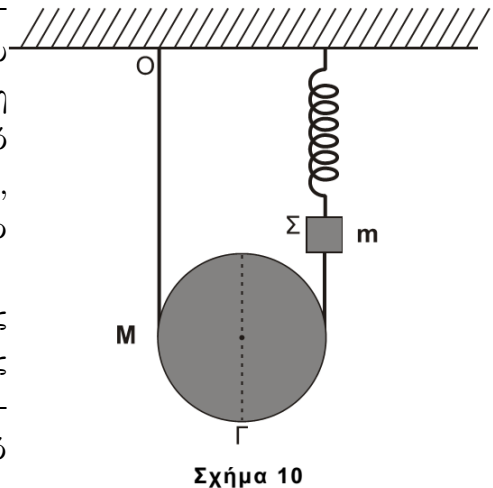
Επαν. Ημερ. 2015

15. Ομογενής δοκός $ΑΓ$ με μήκος $l=3\text{ m}$ και μάζα $M=6\text{ kg}$ φέρει σώμα μικρών διαστάσεων μάζας $m=3\text{ kg}$ στη θέση Δ , για την οποία ισχύει $(\Delta\Gamma)=l/3$. Η δοκός στηρίζεται με το άκρο της A σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Το άκρο Γ της ράβδου συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα, που σχηματίζει γωνία $\varphi=60^\circ$ με τον κατακόρυφο τοίχο και το σύστημα δοκός-σώμα ισορροπεί σε οριζόντια θέση.

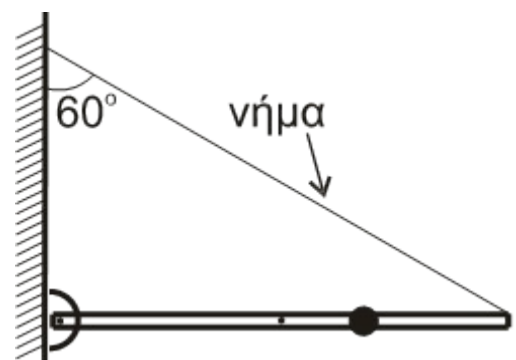
Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η δοκός από την άρθρωση.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$, $\text{syn}60^\circ = \frac{1}{2}$, $\eta\mu60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

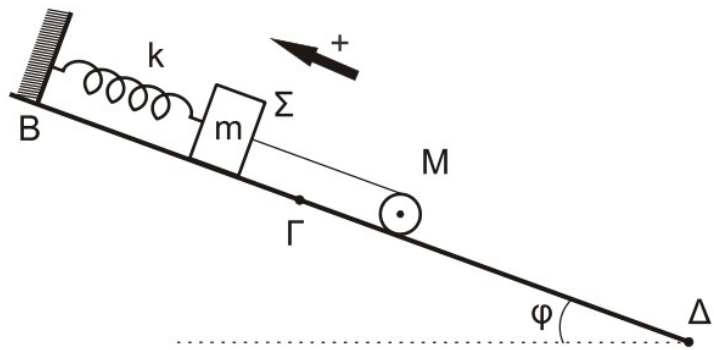
Ομογ. 2015



Σχήμα 10



16. Σώμα Σ , μάζας $m=1\text{kg}$, είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$. Το τμήμα ΒΓ του κεκλιμένου επιπέδου είναι λείο.



Ομογενής κύλινδρος μάζας $M=2\text{kg}$ και ακτίνας $R=0,1\text{m}$ συνδέεται με το σώμα Σ με τη βοήθεια αβαρούς νήματος που δεν επιμηκύνεται. Ο άξονας του κυλίνδρου είναι οριζόντιος. Το νήμα και ο άξονας του ελατηρίου βρίσκονται στην ίδια ευθεία, που είναι παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο. Το σύστημα των σωμάτων ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος και την επιμήκυνση του ελατηρίου.

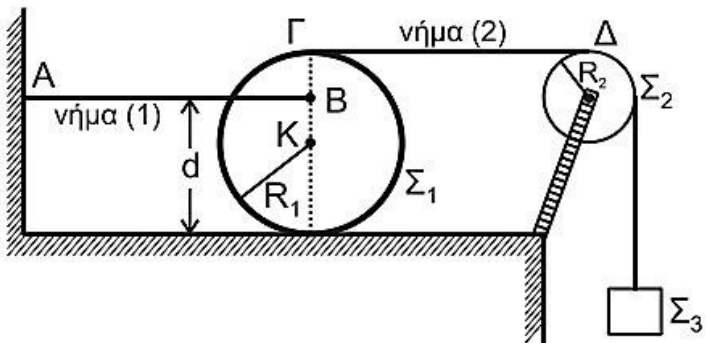
Τη χρονική στιγμή $t=0$ κόβεται το νήμα. Το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο κύλινδρος αρχίζει να κυλιέται χωρίς ολίσθηση.

Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς για το σώμα Σ σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως θετική φορά την προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$, $\eta_{\mu 30^\circ} = 1/2$.

Ημερ. 2016

17. Ομογενής δίσκος Σ_1 έχει μάζα $M_1=8\text{ kg}$ και ακτίνα $R_1=0,2\text{ m}$. Στο σημείο Β της κατακόρυφης διαμέτρου του δίσκου, που απέχει απόσταση $d=\frac{3}{2}R_1$ από το οριζόντιο επίπεδο, είναι στερεωμένο οριζόντιο αβαρές μη εκτατό νήμα (1). Το άλλο άκρο Α του νήματος (1) είναι ακλόνητα στερεωμένο, όπως φαίνεται στο σχήμα.

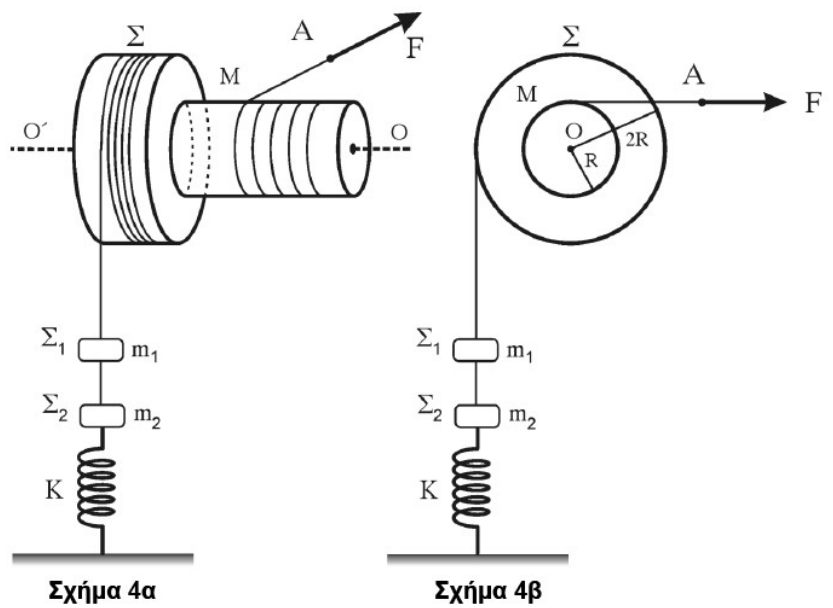


Γύρω από την περιφέρεια του δίσκου Σ_1 είναι τυλιγμένο πολλές φορές άλλο δεύτερο αβαρές μη εκτατό νήμα (2), το οποίο διέρχεται από τροχαλία Σ_2 , μάζας $M_2=2\text{ kg}$ και ακτίνας $R_2=0,1\text{ m}$. Στο άλλο άκρο του νήματος (2) είναι συνδεδεμένο σώμα Σ_3 , μάζας $M_3=1\text{ kg}$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Το τμήμα $\Gamma\Delta$ του νήματος (2) είναι οριζόντιο.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης που ασκεί το νήμα (1) στο δίσκο Σ_1 .

Επαν. Ημερ. 2016

18. Ομογενές στερεό σώμα Σ συνολικής μάζας $M=8 \text{ kg}$ αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπου $R=0,1 \text{ m}$ όπως φαίνεται στα σχήματα α και β (το β αποτελεί εγκάρσια τομή του α). Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα $O'O$. Ο οριζόντιος άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου. Γύρω από τον κύλινδρο του στερεού ακτίνας R είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους, στο ελεύθερο άκρο A του οποίου ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου $F=100 \text{ N}$.



Στο ελεύθερο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος μεγάλου μήκους, που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας $2R$, είναι δεμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2 \text{ kg}$. Το σώμα Σ_1 συνδέεται με αβαρές μη εκτατό νήμα με σώμα Σ_2 μάζας $m_2=1 \text{ kg}$, που συγκρατείται στερεωμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K .

Το σύστημα του στερεού Σ και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αρχικά ισορροπεί, με το ελατήριο να έχει επιμηκυνθεί κατά $\Delta l=0,2 \text{ m}$ από το φυσικό του μήκος. Τη χρονική στιγμή μηδέν ($t_0=0$) το νήμα που συνδέει τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κόβεται. Το σώμα Σ_2 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ το στερεό Σ αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από τον οριζόντιο άξονα περιστροφής του $O'O$.

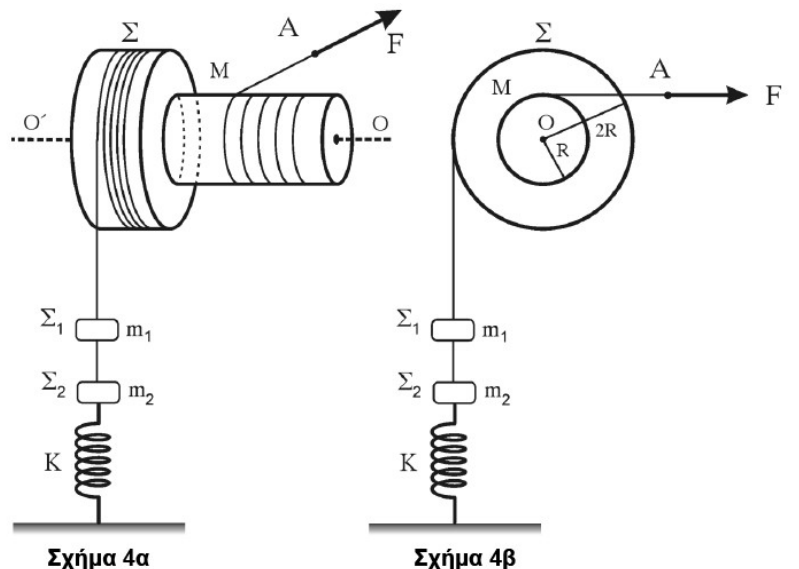
Δ1. Να υπολογίσετε την τιμή της σταθεράς K του ελατηρίου.

Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα Σ_2 . Θεωρήστε ως θετική φορά τη φορά προς τα πάνω.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 \text{ m/s}^2$

Όπου εμφανίζεται το π να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

19. Ομογενές στερεό σώμα Σ συνολικής μάζας $M=8 \text{ kg}$ αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπου $R=0,1 \text{ m}$, όπως φαίνεται στα σχήματα α και β (το β αποτελεί εγκάρσια τομή του



Επιμέλεια: Γ. Παπαδημητρίου

α). Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα $O'O$. Ο οριζόντιος άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του κυλίνδρου. Γύρω από τον κύλινδρο του στερεού ακτίνας R είναι τυλιγμένο πολλές φορές αβαρές μη εκτατό νήμα μεγάλου μήκους, στο ελεύθερο άκρο A του οποίου ασκείται οριζόντια δύναμη F . Στο ελεύθερο άκρο αβαρούς μη εκτατού νήματος μεγάλου μήκους, που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας $2R$, είναι δεμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{kg}$. Το σώμα Σ_1 συνδέεται με αβαρές μη εκτατό νήμα με σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3\text{kg}$.

Το σύστημα του στερεού Σ και των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αρχικά ισορροπεί.

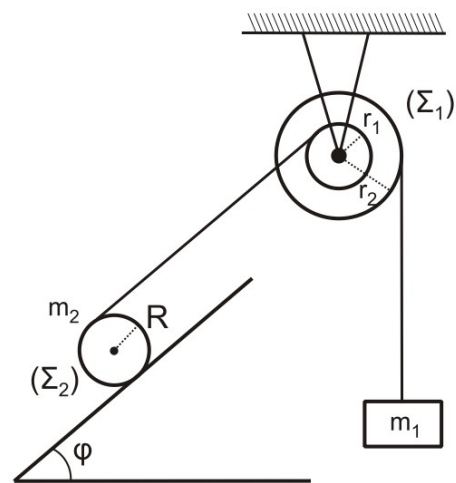
Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης \vec{F} .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$

Όπου εμφανίζεται το π να μη γίνει αριθμητική αντικατάσταση.

Ομογ. 2017

20. Ομογενής κύλινδρος μάζας $m_2=20\text{ kg}$ και ακτίνας R βρίσκεται σε επαφή με κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ με $\eta\mu\varphi = 0,6$. Γύρω από το αυλάκι του κυλίνδρου έχουμε τυλίξει πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα. Το νήμα εξερχόμενο από το πάνω άκρο του κυλίνδρου, τυλίγεται στο εσωτερικό τμήμα μιας διπλής τροχαλίας, η οποία αποτελείται από δύο ομογενείς ομοαξονικούς και συγκολλημένους κυλίνδρους. Από το νήμα που διέρχεται από τον εξωτερικό κύλινδρο κρέμεται σώμα μάζας $m_1=3\text{ kg}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

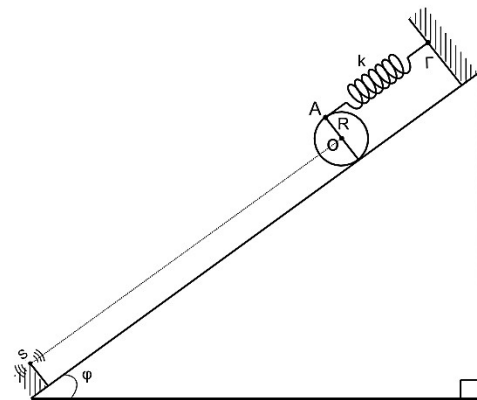


Η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι ίση με $I_{cm}=0,48\text{ kg m}^2$. Οι ακτίνες των κυλίνδρων της διπλής τροχαλίας είναι ίσες με $r_1=0,1\text{ m}$ και $r_2=0,2\text{ m}$. Αρχικά το όλο σύστημα ισορροπεί.

Δ1. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν τα νήματα στους κυλίνδρους της διπλής τροχαλίας

Εσπερ. 2018

21. Συμπαγής ομογενής κύλινδρος μάζας m και ακτίνας $R=0,1\text{m}$ είναι προσδεμένος σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$ στο σημείο A και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο μεγάλου μήκους γωνίας κλίσης φ όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ . Η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta l=0,06\text{m}$.

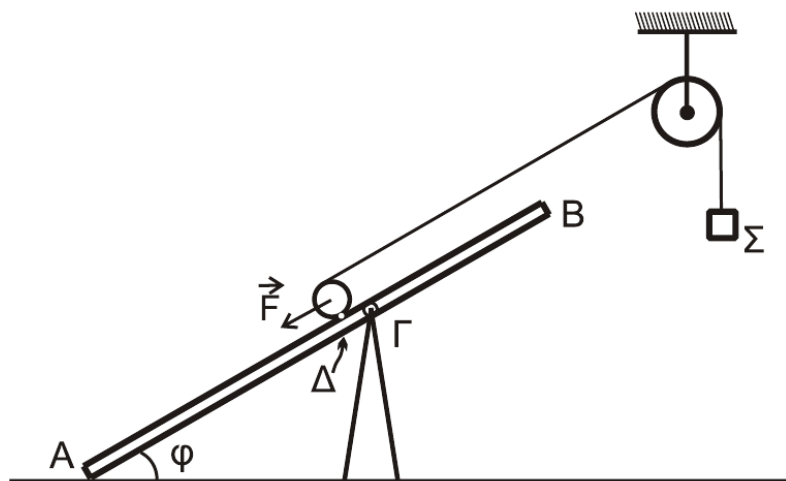


Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα του κυλίνδρου.

η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10\text{m/s}^2$

Επαν. Ημερ. και Ομογ. 2018

22. Ομογενής, άκαμπτη και μικρού πάχους σανίδα AB μάζας $M=2\text{ kg}$ και μήκους $l=4\text{ m}$ ισορροπεί σε πλάγια θέση με τη βοήθεια υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Η σανίδα ακουμπά με το άκρο της A στο λείο δάπεδο σχηματίζοντας γωνία $\varphi=30^\circ$ με αυτό.



Η σανίδα συνδέεται με την κορυφή του υποστηρίγματος με άρθρωση σε σημείο της Γ, το οποίο απέχει από το άκρο της B απόσταση $(B\Gamma) = 1,5\text{ m}$. Η σανίδα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Γ (κάθετος στο επίπεδο του σχήματος).

Ομογενής κύλινδρος μάζας $M_K=2\text{ kg}$ και ακτίνας R_K βρίσκεται σε επαφή με τη σανίδα στο σημείο Δ, το οποίο απέχει από το Γ απόσταση $(\Gamma\Delta) = 0,2\text{ m}$. Στο μέσο της επιφάνειας του κυλίνδρου, που φέρει ένα λεπτό αυλάκι, έχουμε τυλίξει πολλές φορές λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου έχουμε δέσει σώμα Σ μικρών διαστάσεων μάζας $M_\Sigma=2\text{ kg}$.

Το νήμα περνάει από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας μάζας $M_T=2\text{ kg}$ και ακτίνας R_T , την οποία έχουμε στερεώσει σε ακλόνητο σημείο. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στο επίπεδο της τροχαλίας.

Το τμήμα του νήματος που συνδέει τον κύλινδρο με την τροχαλία έχει διεύθυνση παράλληλη με τη σανίδα.

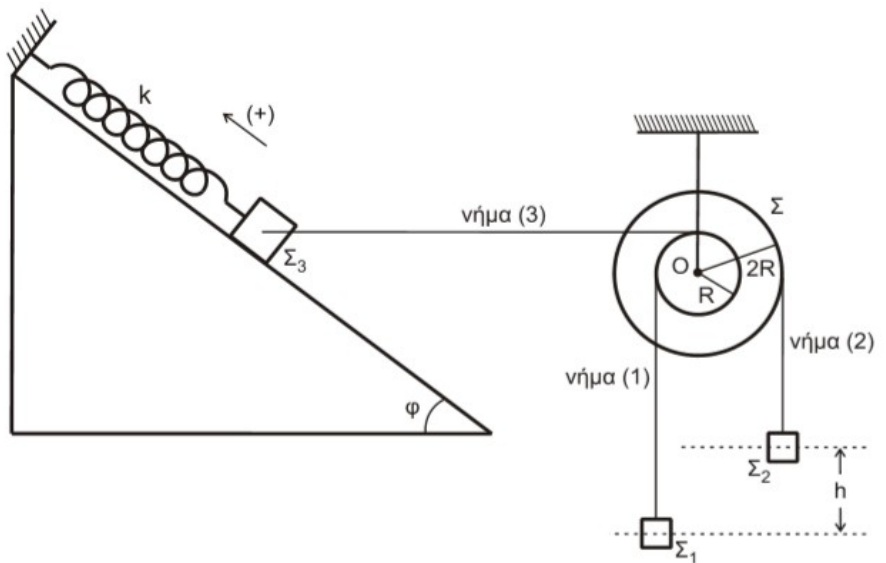
Αρχικά ασκούμε δύναμη \vec{F} στο κέντρο μάζας του κυλίνδρου με διεύθυνση παράλληλη προς την διεύθυνση AB, ώστε το σύστημα κύλινδρος - τροχαλία - σώμα να ισορροπεί, όπως φαίνεται στο Σχήμα 7.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης \vec{F} .

Δίνονται: $\eta\mu\varphi = 0,5$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{ m/s}^2$

Ημερ. 2019

23. Στερεό σώμα Σ μάζας $M=1,5\text{kg}$ αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$ αντίστοιχα, όπου $R=0,1\text{m}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το στερεό Σ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας του. Η ροπή αδράνειας του στερεού Σ ως προς τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του O δίνεται από τη σχέση



προς τον άξονα περιστροφής του, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο του O δίνεται από τη σχέση $I_{\Sigma}=2MR^2$.

Τα σώματα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{kg}$ και Σ_2 μάζας $m_2=1,5\text{kg}$ κρέμονται στα ελεύθερα άκρα αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2). Τα νήματα είναι πολλές φορές τυλιγμένα στους κυλίνδρους ακτίνας R και $2R$, αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Στην κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους γωνίας κλίσης φ , όπου $\eta\mu\varphi=0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,6$ στερεώνεται ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=300\text{N/m}$ στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα Σ_3 μάζας $m_3=3\text{kg}$. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Το σώμα Σ_3 συνδέεται με τον κύλινδρο ακτίνας R με τη βοήθεια οριζόντιου αβαρούς και μη εκτατού νήματος (3), όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Το σύστημα των σωμάτων αρχικά ισορροπεί και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 απέχουν κατακόρυφα μεταξύ τους απόσταση $h=0,48\text{m}$.

Δ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση του φυσικού του μήκους. Τη χρονική στιγμή $t=0$ κόβουμε το νήμα (3). Το σώμα Σ_3 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D=k$ και θετική φορά προς τα πάνω, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα και το στερεό σώμα Σ αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από το σταθερό οριζόντιο άξονά του.

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος Σ_3 τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{15}\text{s}$.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g=10\text{m/s}^2$.

Επαν. Ημερ. και Ομογ. 2019