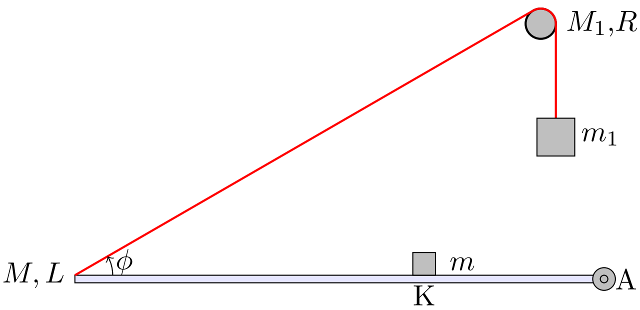
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Μηχανική Στερεού Σώματος



Στροφική κίνηση - Σύνθετη κίνηση
Ροπή - Ισορροπία
Στροφορμή

Γιώργος Χ. Παπαδημητρίου

Περιέχει και θέματα από το Study4Exams και το ylikonet.gr

4.1 Περιστροφή - Κύλιση

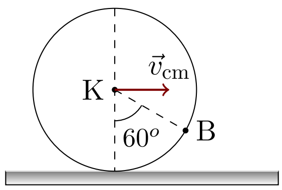
4.1.1 Θέματα Α και Β

1. Μία οριζόντια ράβδος ΑΒ μήκους L εκτελεί στροφική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ίση με ω γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της Α. Το μέσο Μ της ράβδου έχει κεντρομόλο επιτάχυνση ίση με :

(α΄) $a_\kappa = \omega^2 L$ (β΄) $a_\kappa = \omega^2 \frac{L}{2}$ (γ΄) $a_\kappa = \omega^2 \frac{L}{4}$

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

2. Τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα $v_{\rm cm}$. Το Β βρίσκεται στην περιφέρεια του τροχού και η επιβατική του ακτίνα σχηματίζει με την κατακόρυφη διάμετρο γωνία 60^o Το μέτρο της ταχύτητας του Β είναι :



(α΄) $v_{\rm cm}$ (β΄) $\frac{v_{\rm cm}}{2}$ (γ΄) $\frac{3v_{\rm cm}}{2}$ (δ΄) $\sqrt{2}v_{\rm cm}$

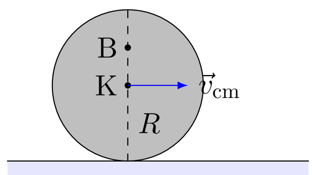
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

3. Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν $_{cm}$ η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R, έχει μέτρο

(α΄) $v_{\rm cm}$ (β΄) $2v_{\rm cm}$ (γ΄) 0 (δ΄) $\sqrt{2}v_{\rm cm}$

Επαν. Ημερ. 2005

4. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του Κ είναι $v_{\rm cm}$.
Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση Β της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση R/2 από το Κ θα είναι



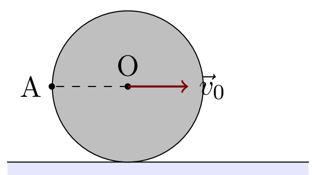
(α΄) $\dfrac{3}{2}v_{\rm cm}$ (β΄) $\dfrac{2}{3}v_{\rm cm}$ (γ΄) $\dfrac{5}{2}v_{\rm cm}$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Πανελλήνιες 2006

5. Ο δίσκος του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του Ο είναι v_0. Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο.

Η ταχύτητα του σημείου Α έχει μέτρο

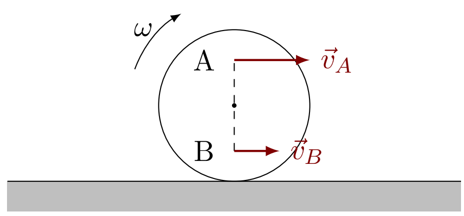


(α΄) $v_A = 2v_0$ (β΄) $v_A = \sqrt{2}v_0$ (γ΄) $v_A = v_0$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Πανελλήνιες 2009, Β.1 θέμα

6. Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση με σταθερή ταχύτητα $v_{\rm cm}$. Δύο σημεία, Α και Β, απέχουν ίδια απόσταση από το κέντρο Κ και έχουν ταχύτητες που ικανοποιούν τη σχέση $v_A = 5v_B$. [1]

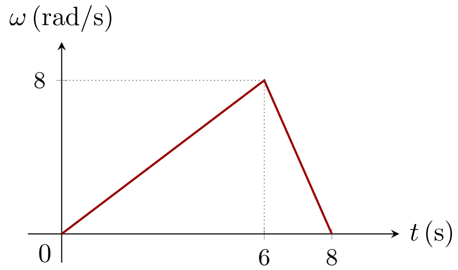


Η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι:

(α′) $v_{\rm cm} = \frac{v_A}{2}$ (β′) $v_{\rm cm} = 3v_B$ (γ′) $v_{\rm cm} = \frac{v_A + v_B}{5}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

7. Δίσκος εκτελεί στροφική κίνηση και η γωνιακή του ταχύτητα ω σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Οι γωνιακές ταχύτητες και ο αριθμός περιστροφών που έχει εκτελέσει το δίσκος θα είναι:

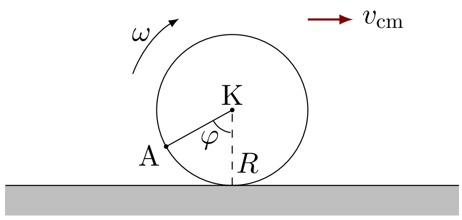
(α′) 4/3, $-1\mathrm{rad/s^2}$ και $\frac{64}{\pi}$rad

(β′) 4/3, $-4\mathrm{rad/s^2}$ και $\frac{32}{\pi}$rad

(γ′) 4/3, $-1\mathrm{rad/s^2}$ και $\frac{32}{\pi}$rad

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

8. Ο δίσκος του σχήματος εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση με σταθερή ταχύτητα $v_{\rm cm}$. Κάποια στιγμή η επιβατική ακτίνα ΚΑ σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\varphi = 60°$. [1]

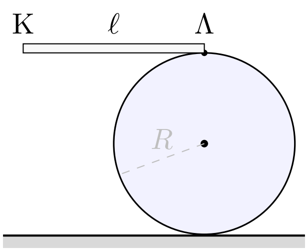


Η ταχύτητα του σημείου Α αυτή τη στιγμή είναι:

(α′) $v_A = v_{\rm cm}$ (β′) $v_A = v_{\rm cm}\sqrt{2}$ (γ′) $v_A = \frac{v_{\rm cm}}{2}$ (δ′) $v_A = \frac{3v_{\rm cm}}{2}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

9. Το άκρο Λ της οριζόντιας ράβδου, μήκους ℓ, του σχήματος εφάπτεται στο ανώτατο σημείο κυλίνδρου. Κινούμε κυλίοντας τον κύλινδρο, χωρίς ολίσθηση στο επίπεδο ή στην επαφή με τη ράβδο. Όταν το άκρο Κ της ράβδου βρεθεί στο ανώτατο σημείο του κυλίνδρου, το κέντρο μάζας του κυλίνδρου θα έχει μετατοπιστεί κατά:



(α′) 2ℓ (β′) ℓ (γ′) $\ell/2$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

10. Μια ρόδα αυτοκινήτου ακτίνας R κυλίεται με το κέντρο μάζας της να έχει σταθερή ταχύτητα $v_{\rm cm}$. Ένα μικρό καρφί μάζας m είναι καρφωμένο στην εξωτερική επιφάνεια της ρόδας. Αν θεωρήσουμε τις διαστάσεις του καρφιού αμελητέες, τότε η μεταβολή της ορμής του καρφιού, μεταξύ κατώτερης και ανώτερης θέσης [1]

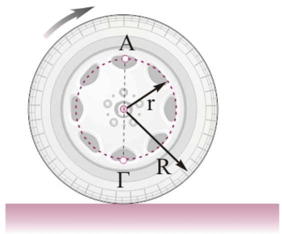
(α′) είναι $mv_{\rm cm}$.

(β′) είναι μηδέν.

(γ′) έχει μέτρο ίσο με $2mv_{\rm cm}$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

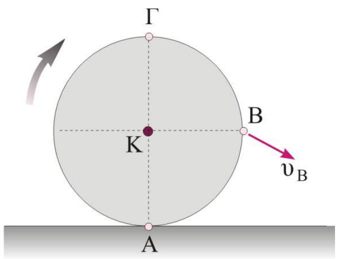
11. Ο τροχός του σχήματος ακτίνας R κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο. Τα σημεία Α και Γ ανήκουν στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχουν r από το κέντρο μάζας του τροχού. Αν ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Α και Γ, είναι $\frac{v_A}{v_\Gamma} = 3$, τότε ο λόγος $\frac{r}{R}$ είναι [1]



(α΄) $\frac{1}{2}$ (β΄) $\frac{1}{3}$ (γ΄) $\frac{1}{4}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

12. Ο κατακόρυφος τροχός του σχήματος κινείται στο οριζόντιο δάπεδο εκτελώντας μεταφορική και στροφική κίνηση (δεν κυλίεται). Κάποια στιγμή, που το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου του Κ είναι $v_{\mathrm{cm}} = 4\mathrm{m/s}$, το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Β που απέχει R από το έδαφος είναι $v_B = 5\mathrm{m/s}$. Το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Α που είναι το σημείο επαφής του τροχού με το δάπεδο είναι



(α΄) 0 (β΄) 1m/s (γ΄) 3m/s

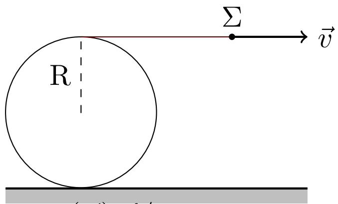
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

13. Ένας τροχός ακτίνας R εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο έτσι ώστε το κέντρο μάζας να κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Η μέγιστη ταχύτητα που μπορεί να μετρηθεί σε οποιοδήποτε σημείο του τροχού έχει μέτρο v. Η επιτάχυνση του κατώτερου σημείου του τροχού έχει μέτρο:

(α΄) $a = \frac{v^2}{4R}$ (β΄) $a = \frac{v^2}{2R}$ (γ΄) $a = \frac{v^2}{R}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

14. Ο τροχός του σχήματος ακτίνας R κυλίεται χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο. Γύρω από την περιφέρειά του είναι τυλιγμένο νήμα που δεν ολισθαίνει και το άκρο του Σ έχει ταχύτητα $\vec{v}$.
Όταν το άκρο Σ έχει διανύσει απόσταση ℓ το νήμα που έχει ξετυλιχθεί είναι:



(α΄) ℓ (β΄) 2ℓ (γ΄) $\ell/2$

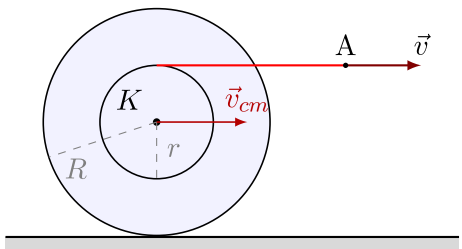
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

15. Ένα ποδήλατο έχει ρόδες ακτίνων r και $R = 3r$. Κάποια στιγμή που το ποδήλατο έχει ταχύτητα v, τα ανώτατα σημεία των ροδών του έχουν ταχύτητες v_1 και v_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει:

(α΄) $v_1 = v_2$ (β΄) $v_1 = 3v_2$ (γ΄) $3v_1 = v_2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

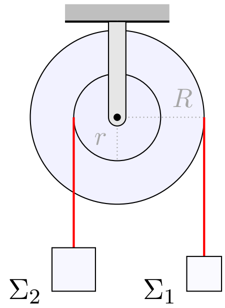
16. Ο σύνθετος τροχός του σχήματος ακτίνας R κυλίεται χωρίς ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο. Γύρω από την περιφέρειά του ακτίνας r είναι τυλιγμένο νήμα που δεν ολισθαίνει και το άκρο του Α έχει ταχύτητα $\vec{v}$.
Όταν το άκρο Σ έχει διανύσει απόσταση ℓ το νήμα που έχει ξετυλιχθεί είναι:



(α΄) ℓ (β΄) $\ell/2$ (γ΄) $\ell/3$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

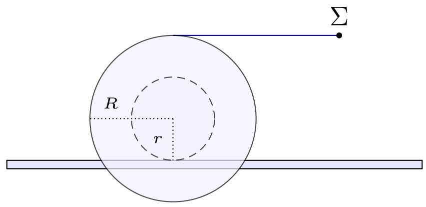
17. Η διπλή τροχαλία του σχήματος ακτίνων R και $r = R/2$ έχει τυλιγμένα νήματα που δεν ολισθαίνουν και στα άκρα των νημάτων υπάρχουν σώματα Σ_1 και Σ_2, αρχικά στο ίδιο ύψος. Αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί ελεύθερα.
Όταν η υψομετρική διαφορά των δύο σωμάτων γίνει ℓ, η γωνία στροφής της τροχαλίας είναι:



(α΄) $\dfrac{2\ell}{R}$ (β΄) $\dfrac{\ell}{3R}$ (γ΄) $\dfrac{\ell}{3r}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

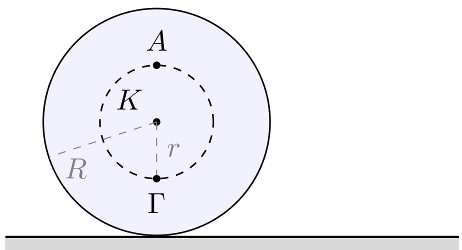
18. Ο σύνθετος τροχός του σχήματος αποτελείται από δύο δίσκους ακτίνας r και $R = 2r$ και κυλίεται χωρίς ολίσθηση σε οριζόντια ακίνητη δοκό που εφάπτεται στον δίσκο ακτίνας r. Γύρω από την περιφέρειά του ακτίνας R είναι τυλιγμένο νήμα που δεν ολισθαίνει και το άκρο του Σ έχει επιτάχυνση $\vec{a}$.
Η οριζόντια επιτάχυνση του κατώτερου σημείου του δίσκου έχει μέτρο:



(α΄) a (β΄) $a/2$ (γ΄) $a/3$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

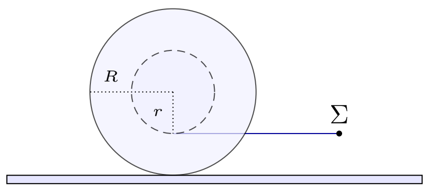
19. Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα R και κυλίεται σε οριζόντιο επίπεδο. Τα σημεία Α και Γ ανήκουν στην κατακόρυφη διάμετρο και απέχουν r από το κέντρο μάζας του τροχού.
Αν ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Κ και Λ είναι $\dfrac{v_A}{v_\Gamma} = 3$ τότε ο λόγος των αποστάσεων $\dfrac{r}{R}$ είναι:



(α΄) $\dfrac{1}{2}$ (β΄) $\dfrac{1}{3}$ (γ΄) $\dfrac{2}{3}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

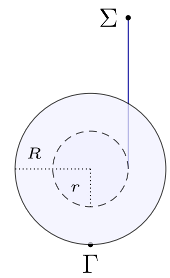
20. Ο σύνθετος τροχός του σχήματος αποτελείται από δύο δίσκους ακτίνας r και $R = 2r$ και κυλίεται χωρίς ολίσθηση με ταχύτητα $v_{\rm cm}$ σε οριζόντιο έδαφος γύρω από τον δίσκο ακτίνας R. Γύρω από την περιφέρεια του δίσκου ακτίνας r είναι τυλιγμένο νήμα που δεν ολισθαίνει. Το οριζόντιο τμήμα του νήματος έχει μήκος d.
Όταν τυλιχθεί όλο το νήμα, το κέντρο μάζας θα έχει διανύσει απόσταση:



(α΄) d (β΄) $d/2$ (γ΄) $2d$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

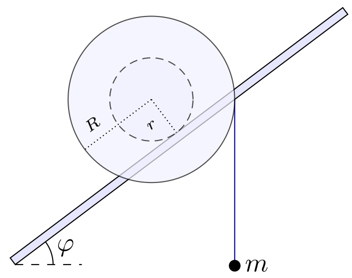
21. Το γιο-γιο του σχήματος ακτίνας $R = 2r$ αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα. Το νήμα δεν ολισθαίνει στον εσωτερικό δίσκο ακτίνας r και το άκρο του Σ διατηρείται ακίνητο.
Η ταχύτητα του σημείου Γ έχει μέτρο:



(α′) $\frac{5}{2}v_{\mathrm{cm}}$ (β′) $5v_{\mathrm{cm}}$ (γ′) $\sqrt{5}v_{\mathrm{cm}}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

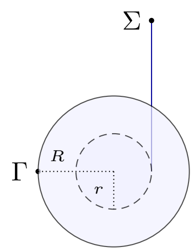
22. Ο κατακόρυφος σύνθετος τροχός του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε ράβδο που σχηματίζει γωνία φ ($\eta\mu\,\varphi = 0,6$, $\sigma\upsilon\nu\,\varphi = 0,8$) ακουμπώντας στον εσωτερικό δίσκο ακτίνας r. Γύρω από τον εξωτερικό δίσκο ακτίνας R έχει τυλιχθεί ιδανικό νήμα που δεν ολισθαίνει και στο ελεύθερο άκρο του είναι δεμένο σώμα μάζας m. Παρατηρούμε ότι παρόλο που ο τροχός κατεβαίνει, το σώμα m παραμένει στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Η σχέση των ακτίνων R και r είναι:



(α′) $\frac{r}{R} = 0.6$ (β′) $\frac{r}{R} = 0.5$ (γ′) $\frac{r}{R} = 0.8$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

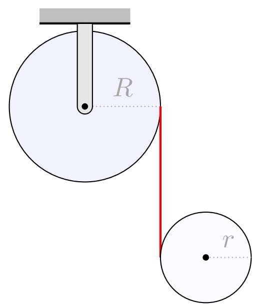
23. Το γιο-γιο του σχήματος ακτίνας $R = 2r$ αφήνεται να κινηθεί κατακόρυφα. Το νήμα δεν ολισθαίνει στον εσωτερικό δίσκο ακτίνας r και το άκρο του κινείται προς τα πάνω με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του κέντρου μάζας v_{cm}.
Η ταχύτητα του σημείου Γ είναι:



(α′) $\frac{5}{2}v_{\mathrm{cm}}$ (β′) $5v_{\mathrm{cm}}$ (γ′) $4v_{\mathrm{cm}}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

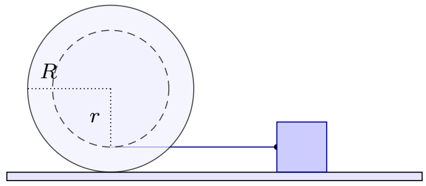
24. Στο σύστημα του σχήματος η ακίνητη τροχαλία, ακτίνας $R = 2r$, έχει τυλιγμένο στην περιφέρειά της ιδανικό νήμα, το οποίο είναι τυλιγμένο και στην κινητή τροχαλία ακτίνας r. Το νήμα είναι τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στις τροχαλίες. Αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί και κάποια χρονική στιγμή η ακίνητη τροχαλία περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 και η κινούμενη με $\omega_2 = 2\omega_1$.
Εκείνη την στιγμή η ταχύτητα του κέντρου μάζας έχει μέτρο:



(α′) $v_{\mathrm{cm}} = 3\omega_1 R$ (β′) $v_{\mathrm{cm}} = \omega_1 R$ (γ′) $v_{\mathrm{cm}} = 2\omega_1 R$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

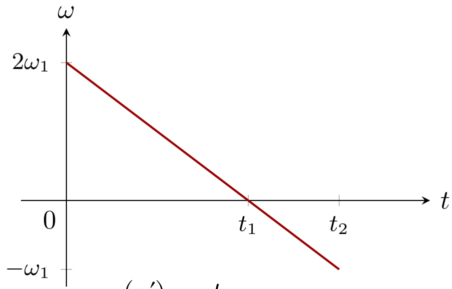
25. Αρχικά ο σύνθετος τροχός και ο κύβος είναι ακίνητοι και απέχουν απόσταση $d = 4$ m. Την χρονική στιγμή $t = 0$ ο κύβος αποκτά σταθερή επιτάχυνση $a = 1\,\mathrm{m/s^2}$. Θεωρούμε ότι ο τροχός μπορεί να κάνει κύλιση χωρίς ολίσθηση.
Αν $\dfrac{R}{r} = \dfrac{3}{2}$, τα σώματα θα συναντηθούν τη χρονική στιγμή:



(α′) $t = 1$ s (β′) $t = 2$ s (γ′) $t = 2\sqrt{2}$ s

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

26. Ένας δίσκος κάνει σύνθετη αρχικά ανεβαίνοντας σε κεκλιμένο επίπεδο. Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του $\vec{a}_{\mathrm{cm}}$ είναι σταθερή ως διάνυσμα και η γωνιακή του ταχύτητα στο χρονικό διάστημα $0 \to t_2$ φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.
Η γωνιακή μετατόπιση $\Delta\theta$ του δίσκου στο χρονικό διάστημα $0 \to t_2$ είναι:



(α′) $\frac{5}{4}\omega_1 t_1$ (β′) $\frac{3}{4}\omega_1 t_1$ (γ′) $\omega_1 t_1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

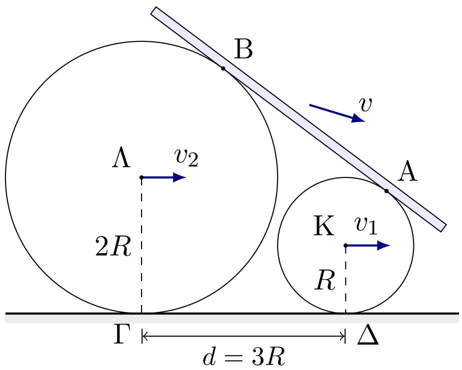
27. Ρόδα ακτίνας R εκτελεί σύνθετη κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο, και η μεταφορική της ταχύτητα είναι $\vec{v}_{\mathrm{cm}}$. Ένα σημείο Ζ της κατακόρυσφς ακτίνας που απέχει απόσταση $R/2$ από το έδαφος έχει ταχύτητα μηδέν.

(α′) Να εξετάσετε άν η ρόδα κυλάει χωρίς ολίσθηση.

(β′) Η ταχύτητα του σημείου επαφής Γ της ρόδας με το έδαφος είναι:

i. $\vec{v}_\Gamma = \vec{v}_{\mathrm{cm}}$ ii. $\vec{v}_\Gamma = -\frac{3}{2}\vec{v}_{\mathrm{cm}}$ iii. $\vec{v}_\Gamma = -\vec{v}_{\mathrm{cm}}$

28. Η ράβδος του σχήματος εφάπτεται στους κυλίνδρους χωρίς να ολισθαίνει και αυτή τη στιγμή κάνει μεταφορική κίνηση και η ταχύτητά της είναι v, ενώ οι κύλινδροι ακτίνων R και $2R$ κυλίονται χωρίς ολίσθηση με το οριζόντιο δάπεδο και τα κέντρα μάζας τους έχουν ταχύτητες v_1 και v_2 αντίστοιχα. [2]
Η οριζόντια απόσταση των σημείων επαφής τους είναι $3R$.
Δίνεται ότι $\text{συν}\,2\varphi = 2\,\text{συν}^2(\varphi) - 1$ και $\sqrt{3,6} \approx 1,7$



Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ) δικαιολογώντας τις επιλογές σας.

(α′) Τα μέτρα των ταχυτήτων τους συνδέονται με τη σχέση $v_1 = v_2 = v$

(β′) Τα μέτρα των ταχυτήτων τους συνδέονται με τη σχέση $v_1 = v_2 = 2v$

(γ′) Τα μέτρα των ταχυτήτων τους συνδέονται με τη σχέση $v = 1,9v_1 = 1,9v_2$

(δ′) Οι γωνιακές ταχύτητες των κυλίνδρων συνδέονται με τη σχέση $\omega_1 = 2\omega_2$

(ε′) Τα μέτρα των επιταχύνσεών τους συνδέονται με τη σχέση $a = 1,9a_1 = 1,9a_2$

(Ϛ′) Αν ο μικρός κύλινδρος κάνει μία στροφή, τότε ο μεγάλος θα κάνει μισή στροφή.

(ζ′) Η ράβδος έχει ταχύτητα μέτρου v ίση με τις γραμμικές ταχύτητες της περιφέρειας των κυλίνδρων

4.2 Ροπές-Ισορροπία

4.2.1 Θέματα Α και Β

29. Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει

(α΄) η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν.

(β΄) το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.

(γ΄) η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν.

(δ΄) η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.

Ομογ. 2003

30. Ένα ελεύθερο σώμα δέχεται δυνάμεις των οποίων η συνισταμένη είναι διάφορη του μηδενός ($\Sigma\vec{F} \neq \vec{0}$), ενώ το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών τους, ως προς το κέντρο μάζας του, είναι μηδέν ($\Sigma\tau = 0$). Το σώμα:

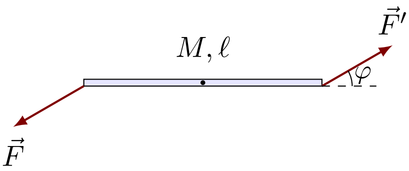
(α΄) παραμένει ακίνητο μεταφορικά και περιστροφικά.

(β΄) κινείται μεταφορικά με σταθερή ταχύτητα και περιστροφικά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

(γ΄) κινείται μεταφορικά με σταθερή επιτάχυνση και περιστροφικά με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

(δ΄) κινείται μεταφορικά με σταθερή επιτάχυνση και περιστροφικά με σταθερή επιτάχυνση.

31. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μήκος ℓ και ισορροπεί σε οριζόντιο λείο επίπεδο. Η ράβδος δέχεται στα άκρα της δύο αντίθετες οριζόντιες δυνάμεις μέτρου F που σχηματίζουν γωνία φ.
Η ροπή που δέχεται η ράβδος είναι:



(α΄) $F\ell\,\eta\mu\,\varphi$. (β΄) $2F\ell$. (γ΄) $F\ell\,\sigma\upsilon\nu\,\varphi$.

32. Ένα ελεύθερο σώμα, ακίνητο μεταφορικά, περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$, της οποία το διάνυσμα έχει κατεύθυνση προς την ανατολή. Το σώμα δέχεται δυνάμεις για τις οποίες η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών τους ως προς το κέντρο μάζας του $\Sigma\tau$ θα ισχύει:

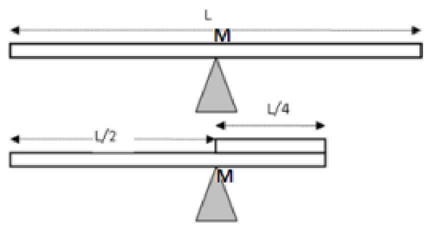
(α΄) $\vec{F} = 0$ και $\Sigma\tau = 0$

(β΄) $\vec{F} \neq \vec{0}$ και $\Sigma\tau = 0$

(γ΄) $\vec{F} = \vec{0}$ και $\Sigma\tau \neq 0$

(δ΄) $\vec{F} \neq \vec{0}$ και $\Sigma\tau \neq 0$

33. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει βάρος w και ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη στο μέσο της. Κόβουμε το ένα τέταρτο της ράβδου και το τοποθετούμε όπως στο σχήμα.
Χωρίς να αλλάξουμε τη θέση του στηρίγματος, για να ισορροπήσει η ράβδος πάλι, πρέπει να ασκήσουμε στο αριστερό άκρο μια δύναμη κατακόρυφη [1]

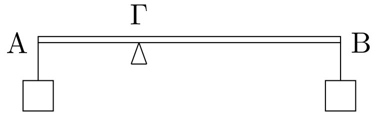


(α΄) προς τα πάνω μέτρου $w/4$.

(β΄) προς τα πάνω μέτρου $w/8$.

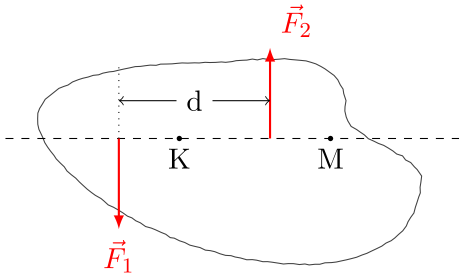
(γ΄) προς τα κάτω μέτρου $w/8$.

34. Σε αβαρή λεπτή ράβδο ΑΒ μήκους ℓ αναρτώνται δύο ομογενή σώματα ίδιων διαστάσεων από διαφορετικά υλικά. Η ράβδος ισορροπεί όταν στηριχθεί στο σημείο Γ όπου (ΑΓ)$= \frac{\ell}{3}$. Για τις πυκνότητες των σωμάτων ρ_1 (στο Α) και ρ_2 ισχύει:



(α′) $\rho_1 = \rho_2$ (β′) $\rho_1 = 2\rho_2$ (γ′) $\rho_1 = 3\rho_2$

35. Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων F_1 και F_2 του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι



(α′) μεγαλύτερη ως προς το σημείο Κ.

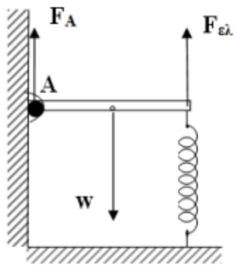
(β′) μεγαλύτερη ως προς το σημείο Μ.

(γ′) ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

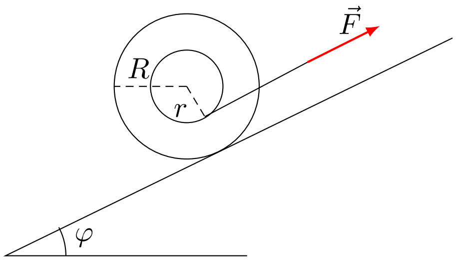
Εσπερ. 2007

36. Μία ομογενής ράβδος μήκους ℓ και βάρους w, είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ελατήριο είναι κατακόρυφο. Το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο σε οριζόντια θέση. Η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση και η δύναμη του ελατηρίου συνδέονται με τη σχέση [1]



(α′) $F_{\varepsilon\lambda} = F_A$ (β′) $F_{\varepsilon\lambda} = 2F_A$ (γ′) $F_{\varepsilon\lambda} = 3F_A$

37. Το στερεό στο διπλανό σχήμα έχει συνολική μάζα M και αποτελείται από δύο δίσκους ακτίνας R και $r = \frac{R}{2}$ και ισορροπεί στο κεκλιμένο γωνίας φ. Στον εσωτερικό δίσκο είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα στο οποίο ασκούμε δύναμη $\vec{F}$ παράλληλη με το κεκλιμένο. Η τιμή της δύναμης $\vec{F}$ είναι:



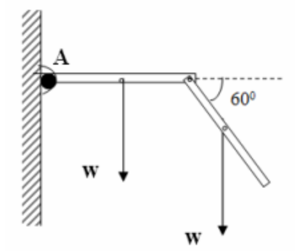
(α′) $F = \frac{1}{2}Mg\,\eta\mu\,\varphi$ (β′) $F = Mg\,\eta\mu\,\varphi$ (γ′) $F = 2Mg\,\eta\mu\,\varphi$

Αν το στερεό ισορροπεί οριακά τότε ο συντελεστής (στατικής) τριβής θα είναι:

(α′) $\mu = \varepsilon\varphi\,\varphi$ (β′) $\mu = \sigma\varphi\,\varphi$ (γ′) $\mu = 2\,\varepsilon\varphi\,\varphi$

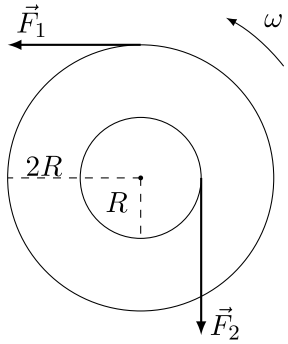
Να δικαιολογηθούν οι απαντήσεις σας.

38. Δύο ίδιες ομογενείς ράβδοι μήκους L και μάζας m, είναι ενωμένες, όπως φαίνεται στο σχήμα και το σύστημά τους μπορεί να περιστρέφεται γύρω από την άρθρωση Α σε κατακόρυφο επίπεδο. Αν g η επιτάχυνση της βαρύτητας, το μέτρο της συνολικής ροπής που δέχεται το σύστημα των ράβδων είναι [1]



(α′) $\Sigma\tau = \frac{5mgL}{3}$ (β′) $\Sigma\tau = \frac{7mgL}{4}$ (γ′) $\Sigma\tau = 2mgL$

39. Οι δύο ομόκεντροι δίσκοι του σχήματος μπορούν να περιστρέφονται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους. Οι δίσκοι είναι κολλημένοι και μπορούν να περιστρέφονται σαν ένα σώμα. Ασκούμε στους δίσκους τις δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ που φαίνονται στο σχήμα και τελικά παρατηρούμε ότι το σύστημα περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. [1]
Για τις δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ισχύει:



(α′) $\vec{F}_1 = 2\vec{F}_2$ (β′) $\vec{F}_2 = 2\vec{F}_1$ (γ′) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

40. Ασκώντας ένα ζεύγος δυνάμεων στο κλειδί του σχήματος προκαλούμε την περιστροφή της βίδας. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο και των δύο δυνάμεων, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους:

(α′) διπλασιάζεται,
(β′) υποδιπλασιάζεται,
(γ′) τετραπλασιάζεται,
(δ′) παραμένει σταθερή.

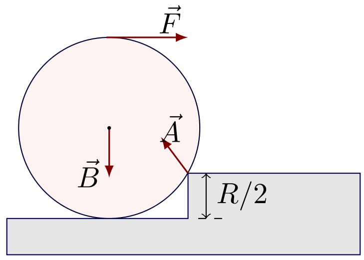
ΟΕΦΕ 2013

41. Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων $\Sigma\vec{F}$ που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών Στ ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:

(α′) $\Sigma\vec{F} = 0$, $\Sigma\tau = 0$
(β′) $\Sigma\vec{F} \neq 0$, $\Sigma\tau \neq 0$
(γ′) $\Sigma\vec{F} \neq 0$, $\Sigma\tau = 0$
(δ′) $\Sigma\vec{F} = 0$, $\Sigma\tau \neq 0$

Πανελλήνιες 2014

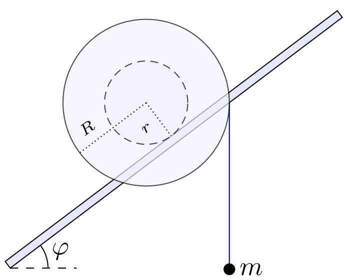
42. Η ελάχιστη τιμή της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ που πρέπει να ασκήσουμε στο υψηλότερο σημείο του τροχού (όπως φαίνεται στο σχήμα) ώστε να καταφέρει να υπερπηδήσει το εμπόδιο που έχει ύψος $h = R/2$ είναι:



(α′) $F = B\frac{\sqrt{2}}{2}$ (β′) $F = \frac{B}{2}$ (γ′) $F = B\frac{\sqrt{3}}{3}$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

43. Ο δίσκος του σχήματος ακτίνας R έχει κολλημένο δεύτερο δίσκο ακτίνας $r = R/2$ και ισορροπεί ακουμπώντας με τον εσωτερικό δίσκο σε ράβδος γωνίας φ. Στον εξωτερικό δίσκο είναι τυλιγμένο ιδανικό νήμα, στο άκρο του οποίου βρίσκεται μικρό σώμα μάζας $m = M/3$, όπου M η συνολική μάζα του δίσκου.
Α. Η στατική τριβή που δέχεται ο δίσκος έχει μέτρο:



(α′) Mg (β′) mg (γ′) $2mg$

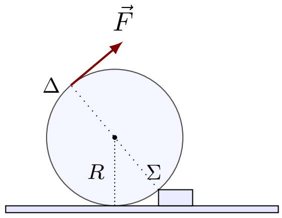
Β. Ο συντελεστή τριβής ώστε να ισορροπεί το σύστημα πρέπει να είναι:

(α′) $\mu \geq \dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu\,\varphi}$ (β′) $\mu \geq \dfrac{1}{2\,\sigma\upsilon\nu\,\varphi}$ (γ′) $\mu \geq \dfrac{2}{\sigma\upsilon\nu\,\varphi}$

Γ. Η γωνία που συμβαίνει αυτό είναι:

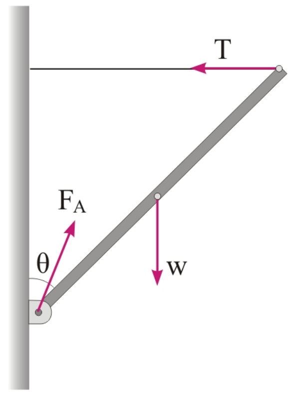
(α′) 60° (β′) 45° (γ′) 30°

44. Η σφαίρα του σχήματος η οποία έχει ακτίνα R, βάρος w και ακουμπάει στο εμπόδιο στο σημείο της Σ.
Για να να υπερπηδήσει το εμπόδιο, ύψους $h = R/5$, ασκούμε εφαπτομενικά στο αντιδιαμετρικό σημείο του Σ δύναμη F, μέτρου:



(α′) $F = \dfrac{1}{2}w$ (β′) $F = \dfrac{3}{5}w$ (γ′) $F = \dfrac{3}{10}w$

45. Η ομογενής ράβδος βάρους w του σχήματος στηρίζεται στην άρθρωση σχηματίζοντας γωνία $\vartheta = \pi/4$ με τον κατακόρυφο τοίχο και η άλλη άκρη είναι δεμένη μέσω οριζόντιου μη ελαστικού νήματος με τον τοίχο. Η δύναμη που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση έχει μέτρο

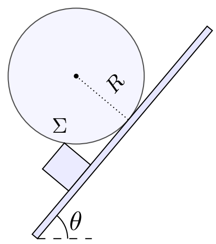


(α′) $F_A = \dfrac{3w}{2}$

(β′) $F_A = \dfrac{w}{2}$

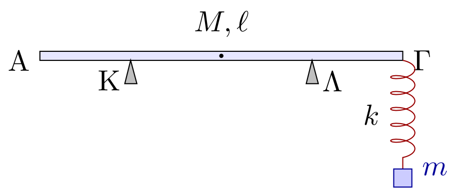
(γ′) $F_A = \dfrac{w\sqrt{5}}{2}$

46. Η σφαίρα του σχήματος η οποία έχει ακτίνα R και βάρος w ισορροπεί ακίνητη πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο με τη βοήθεια του εμποδίου. Εάν το ύψος του εμποδίου είναι $h = \frac{R}{2}$ η ελάχιστη τιμή της κλίσης της γωνίας φ του κεκλιμένου επιπέδου, ώστε η σφαίρα να υπερπηδάει το εμπόδιο ισούται με: [3]



(α′) $\varepsilon\varphi\,\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (β′) $\varepsilon\varphi\,\theta = \sqrt{3}$ (γ′) $\varepsilon\varphi\,\theta = 1$

47. Η ομογενής δοκός ΑΓ του σχήματος, έχει μάζα M και μήκος ℓ και ισορροπεί στηριζόμενη στα σημεία Κ και Λ, τα οποία απέχουν απόσταση $\ell/4$ από τα άκρα της. Στο άκρο της Γ είναι δεμένο ελατήριο σταθεράς k που στο άλλο άκρο του βρίσκεται σώμα μάζας $m = M/3$ που ισορροπεί.

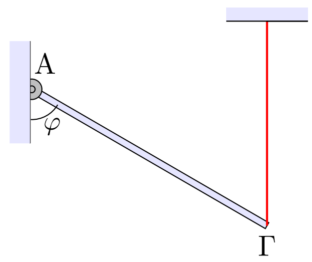


Η μέγιστη απόσταση d που μπορούμε να εκτρέψουμε το σώμα και να το αφήσουμε να κάνει απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς να ανατρέπεται η ράβδος είναι ισούται με:

(α′) $d = \dfrac{2mg}{k}$ (β′) $d = \dfrac{mg}{k}$ (γ′) $d = \dfrac{mg}{2k}$

4.2.2 Θέματα Γ και Δ

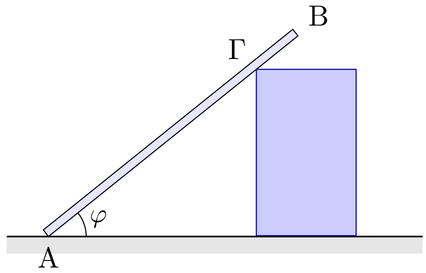
48. Η ομογενής δοκός έχει μήκος ℓm, βάρος $w = 100$N και ισορροπεί όπως στο σχήμα, δηλαδή στηρίζεται σε άρθρωση και κατακόρυφο νήμα.
Να υπολογιστούν:



(α΄) Η τάση του νήματος.

(β΄) Η δύναμη από την άρθρωση.

49. Η ομογενής δοκός ΑΒ έχει μήκος $\ell = 4$m, βάρος $w_1 = 300$N και ισορροπεί όπως στο σχήμα σε οριζόντιο επίπεδο, ενώ στηρίζεται σε ένα κιβώτιο στο σημείο Γ, όπου (ΓΒ)=1m. Το κιβώτιο έχει ύψος $h = 1,8$m και παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu = \mu_s = 0,3$. Το σύστημα ισορροπεί, χωρίς να αναπτύσσεται τριβή μεταξύ δοκού και κιβωτίου στο σημείο Γ. [4]



(α΄) Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στη δοκό από το κιβώτιο.

(β΄) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ δοκού και οριζοντίου επιπέδου για να εξασφαλίζεται η ισορροπία της δοκού;

(γ΄) Να υπολογιστεί η τριβή που ασκείται από το επίπεδο στο κιβώτιο.

(δ΄) Ποιο το ελάχιστο βάρος του κιβωτίου, για να εξασφαλιστεί η ισορροπία του και να μην ολισθήσει;

(ε΄) Ποιο το ελάχιστο πλάτος 2α του κιβωτίου για να εξασφαλίζεται η μη ανατροπή του, στην περίπτωση που το βάρος του είναι το ελάχιστον δυνατόν;

4.4 Στροφορμή

4.4.1 Θέματα Α και Β

50. Η τροχιά ενός κομήτη γύρω από τον ήλιο είναι ελλειπτική με τον ήλιο να βρίσκεται σε μία εστία της έλλειψης. Κατά την κίνηση του κομήτη από το πιο απομακρυσμένο στον πιο κοντινό στον ήλιο σημείο της τροχιάς του

(α΄) Η γωνιακή του ταχύτητα παραμένει σταθερή.

(β΄) Η στροφορμή του αυξάνεται.

(γ΄) Η γραμμική ταχύτητα του κομήτη αυξάνεται κατά μέτρο.

(δ΄) Η ροπή της βαρυτικής δύναμης που του ασκεί ο ήλιος αυξάνεται.

51. Η Γη στρέφεται σε ελλειπτική γύρω από τον Ηλιο ο οποίος βρίσκεται στη μία από τις δύο εστίες. Το κοντινότερο σημείο στον Ηλιο ονομάζεται Περιήλιο (π) και το πιο απομακρυσμένο Αφήλιο (α). Αν θεωρήσουμε τη Γη υλικό σημείο τότε για τις αντίστοιχες αποστάσεις έστω ότι ισχύει: $r_\alpha = 2r_\pi$

(α) Για τις ταχύτητες διέλευσης της Γης από το αφήλιο και το περιήλιο ισχύει $\upsilon_\alpha = 2\upsilon_\pi$

(β) Για τις κινητικές ενέργειες διέλευσης της Γης από το αφήλιο και το περιήλιο ισχύει $K_\pi = 4K_\alpha$

Να δικαιολογηθούν οι απαντήσεις.

52. Ένα υλικό σημείο μάζας m κινείται σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω γύρω από κατακόρυφο άξονα και η στροφορμή του ως προς τον άξονα έχει μέτρο L. Για να τετραπλασιάσουμε το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας, διατηρώντας το μέτρο της στροφορμής του σταθερό, η ακτίνα της τροχιάς του πρέπει να [1]

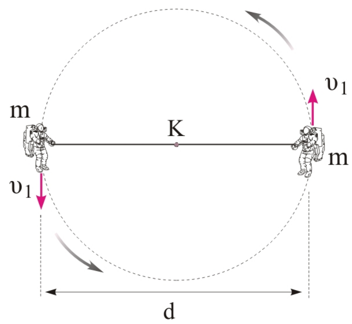
(α΄) διπλασιαστεί.

(β΄) υποδιπλασιαστεί.

(γ΄) υποτετραπλασιαστεί.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

53. Δύο αστροναύτες μάζας m ο καθένας βρίσκονται στο διάστημα έξω από βαρυτικά πεδία και κρατώντας ένα αβαρές και μη εκτατό σχοινί μήκους d περιφέρονται γύρω από το κέντρο μάζας τους Κ με ταχύτητα μέτρου υ_1. Κάποια στιγμή, τραβούν το σχοινί ώστε η μεταξύ τους απόσταση να γίνει $d/2$, χωρίς να αλλάξει η θέση του κέντρου μάζας Κ. Το σύστημα των δύο αστροναυτών αύξησε την κινητική του ενέργεια κατά [1]



(α΄) $\frac{3}{2}m\upsilon_1^2$ (β΄) $\frac{3}{m}\upsilon_1^2$ (γ΄) $\frac{3}{8}m\upsilon_1^2$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

54. Ένα σφαιρίδιο μάζας m κινείται σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R με ταχύτητα μέτρου υ. Για να παραμείνει ο λόγος της κινητικής του ενέργειας προς το μέτρο της στροφορμής του σταθερός, πρέπει να [1]

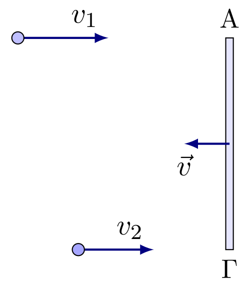
(α΄) διπλασιάσουμε το μέτρο της ταχύτητάς του και την ακτίνα της τροχιάς του.

(β΄) διπλασιάσουμε το μέτρο της ταχύτητάς του διατηρώντας σταθερή την ακτίνα της τροχιάς του.

(γ΄) διπλασιάσουμε την ακτίνα της τροχιάς του διατηρώντας σταθερό το μέτρο της ταχύτητάς του.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

55. Μια λεπτή και αμελητέας μάζας δοκός μήκους d κινείται στο διάστημα εκτός πεδίου βαρύτητας, με ταχύτητας v. Με αντίθετη κατεύθυνση κινούνται δύο σφαίρες με μάζες $m_1 = m_2 = m$ και ταχύτητες $v_1 = 4v$ και $v_2 = 2v$ αντίστοιχα. Φτάνοντας ταυτόχρονα, οι σφαίρες συσσωματώνονται στα δύο άκρα Α και Γ. Το σύστημα μετά την κρούση:



Α. περιστρέφεται γύρω από το μέσο του με γωνιακή ταχύτητα

(α′) $\omega = \dfrac{3v}{d}$ (β′) $\omega = \dfrac{3v}{2d}$ (γ′) $\omega = \dfrac{3v}{4d}$

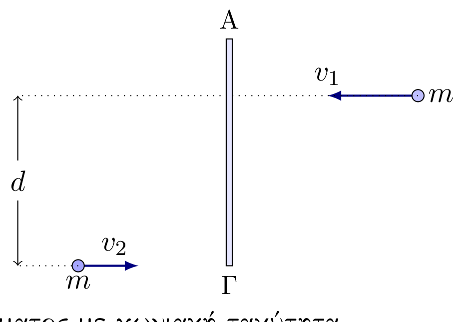
Β. έχει κινητική ενέργεια

(α′) $K = \dfrac{11Mv^2}{12}$ (β′) $K = \dfrac{Mv^2}{12}$ (γ′) $K = \dfrac{Mv^2}{3}$

56. Στο πλανητικό μας σύστημα η Γη και ο Άρης περιφέρονται γύρω από τον Ήλιο. Θεωρούμε ότι οι πλανήτες κινούνται σε κυκλικές τροχιές, με τη Γη να απέχει 1 αστρονομική μονάδα και τον Άρη 1,5 αστρονομική μονάδα από τον Ήλιο. Δεχόμαστε ότι η μάζα της Γης είναι δεκαπλάσια αυτής του Άρη και ο λόγος των περιόδων των κυκλικών κινήσεων των πλανητών είναι $\frac{T_A}{T_\Gamma} = 2,2$. Αν τα μέτρα των στροφορμών της Γης και του Άρη ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς τους και είναι κάθετος στο επίπεδό της, είναι L_Γ και L_A αντίστοιχα, το πηλίκο τους έχει μέτρο [1]

(α′) $\dfrac{L_\Gamma}{L_A} = 2,2$ (β′) $\dfrac{L_\Gamma}{L_A} = \frac{88}{9}$ (γ′) $\dfrac{L_\Gamma}{L_A} = 22$

57. Μια δοκός αμελητέας μάζας και μήκους ℓ βρίσκεται ακίνητη στο διάστημα εκτός πεδίου βαρύτητας. Με αντίθετη κατεύθυνση κινούνται δύο σφαίρες με μάζες $m_1 = m_2 = m$ και ταχύτητες $v_1 = 2v$ και $v_2 = v$ αντίστοιχα. Φτάνοντας ταυτόχρονα, οι σφαίρες συσσωματώνονται στη δοκό. Το σύστημα μετά την κρούση:



Α. περιστρέφεται γύρω από το κέντρο μάζας του συστήματος με γωνιακή ταχύτητα

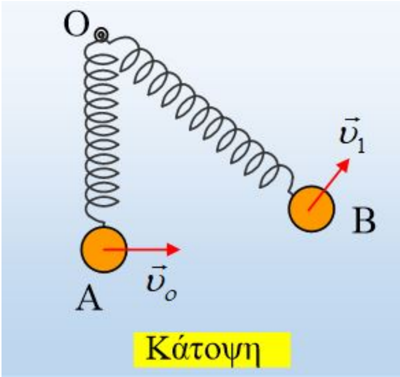
(α′) $\omega = \dfrac{3v}{d}$ (β′) $\omega = \dfrac{2v}{d}$ (γ′) $\omega = \dfrac{3v}{2d}$

Β. έχει μεταφορική ταχύτητα

(α′) $v_{cm} = \dfrac{3v}{2}$ (β′) $v_{cm} = \dfrac{v}{2}$ (γ′) $v_{cm} = \dfrac{v}{3}$

4.4.2 Θέματα Γ και Δ

58. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σφαίρα μάζας $m = 4$kg (την οποία θεωρούμε υλικό σημείο), δεμένη στο άκρο ιδανικού ελατηρίου, μήκους $\ell_0 = 3$m, το άλλο άκρο του οποίου έχει στερεωθεί σε σταθερό σημείο Ο. Σε μια στιγμή η σφαίρα δέχεται στιγμιαίο κτύπημα, με αποτέλεσμα να αποκτά οριζόντια ταχύτητα $v_0 = 7$m/s, κάθετη στον άξονα του ελατηρίου. Μετά από λίγο η σφαίρα φτάνει στη θέση Β, όπως στο σχήμα (σε κάτοψη), όπου το ελατήριο έχει το μέγιστο μήκος του ίσο με 3,5m, αφού στη συνέχεια αυτό θα ελαττωθεί ξανά. [5]



(α΄) Υποστηρίζεται ότι στη θέση Β, η ταχύτητα της σφαίρας είναι επίσης κάθετη στον άξονα του ελατηρίου. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί;

(β΄) Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας στη θέση Β.

(γ΄) Να βρεθεί η σταθερά του ελατηρίου.

4.5 Προβλήματα - Στερεό Σώμα

1. Ένας ποδηλάτης, ενώ κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα $v_0 = 10\text{m/s}$, ξεκινά τη χρονική στιγμή $t = 0$, να κάνει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $a = 1\,\text{m/s}^2$. Κάθε τροχός του ποδηλάτου έχει ακτίνα $R = 20\text{cm}$ και σε απόσταση $r = 10\text{cm}$ από τον άξονα περιστροφής του φέρει στερεωμένο μικρό ανακλαστικό μάζας 10g. Κάθε τροχός του ποδηλάτου κυλίεται. [1]

Για τη χρονική στιγμή $t = 10\text{s}$, να υπολογίσετε:

(α΄) τη μετατόπιση του ποδηλάτου και την ταχύτητα που αυτό θα αποκτήσει.

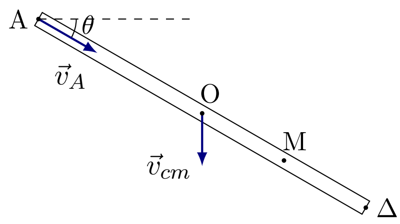
(β΄) το μέτρο και την κατεύθυνση της στροφορμής του ανακλαστικού ως προς τον άξονα περιστροφής του τροχού αν το ποδήλατο κινείται στην κατεύθυνση δύσης- ανατολής.

(γ΄) το μέτρο της ταχύτητας του ανακλαστικού, αν βρίσκεται πάνω από την οριζόντια διάμετρο και η επιβατική ακτίνα του σχηματίζει γωνία $30°$ με την οριζόντια διάμετρο.

(δ΄) Για το χρονικό διάστημα από 0s έως 10s, να σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες τη γωνιακή ταχύτητα ενός τροχού σε σχέση με το χρόνο.

Δίνεται το $\text{συν}\,60° = 1/2$.

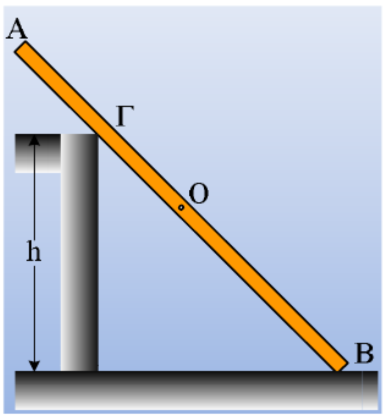
2. Μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους 4m, πέφτει κατακόρυφα και σε μια στιγμή σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία ϑ (ημϑ=0,6), ενώ το άκρο της Α έχει ταχύτητα όπως στο σχήμα, με κατεύθυνση προς το άκρο Δ και μέτρου $v_A = 3\text{m/s}$. [6]



(α΄) Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας Ο της ράβδου καθώς και η γωνιακή της ταχύτητα.

(β΄) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του μέσου Μ της ΟΒ.

3. Μια ομογενής δοκός μήκους (ΑΒ)= 4m και βάρους 300N, στηρίζεται όπως στο σχήμα σε τοίχο ύψους $h = 1,8\text{m}$, σε σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=1m και σε λείο οριζόντιο έδαφος. [6]

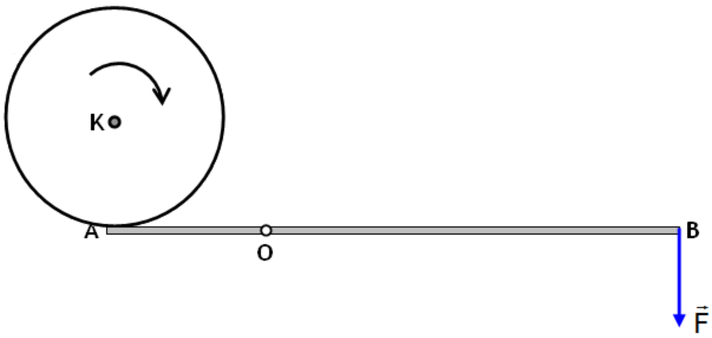


(α΄) Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στην δοκό στο σημείο στήριξης Γ.

(β΄) Να υπολογιστεί ο ελάχιστος συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ του κατακόρυφου τοίχου και της δοκού, για να υπάρξει η παραπάνω ισορροπία.

(γ΄) Αν πάνω στη ράβδο τοποθετήσουμε ένα σώμα Σ αμελητέων διαστάσεων και βάρους w1, το οποίο εμφανίζει με τη δοκό συντελεστή οριακής τριβής $\mu_{s1} = 0,8$, να εξετάσετε αν το σύστημα θα συνεχίσει να ισορροπεί, δεχόμενοι ότι ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ σανίδας και τοίχου, έχει τιμή, ίση με αυτή που υπολογίστηκε στο προηγούμενο ερώτημα.

4. Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα $R = 0,1\text{m}$ και στρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του με γωνιακή ταχύτητα μέτρου 10 rad/s. Η ράβδος ΑΟΒ του σχήματος έχει μήκος $d = 0,4\text{m}$, είναι αβαρής και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα που περνά από το σημείο Ο και είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής του τροχού. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο άκρο Β της ράβδου κατακόρυφη δύναμη μέτρου $F = 400\text{N}$ με αποτέλεσμα η ράβδος να εφάπτεται στον τροχό στο άκρο της Α. Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, ενώ ο τροχός, λόγω τριβών στο σημείο επαφής με τη ράβδο, κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη στροφική κίνηση και τελικά σταματά τη χρονική στιγμή $t = 20$s. Η τριβή ολίσθησης που ασκεί η ράβδος στον τροχό, όσο αυτός περιστρέφεται, έχει μέτρο $T_{ολ} = 10$N και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του τροχού και της ράβδου είναι $\mu = 0,1$. [1]



Να βρείτε:

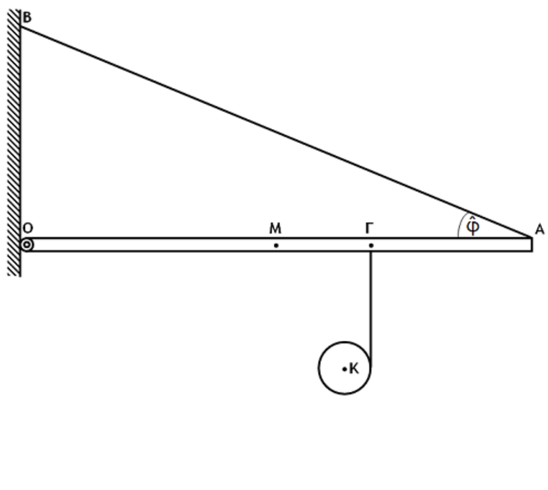
(α΄) την απόσταση (ΑΟ).

(β΄) τη γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της περιφέρειας του τροχού σε συνάρτηση με τον χρόνο και να τη σχεδιάσετε σε αριθμημένους άξονες.

(γ΄) τον αριθμό των περιστροφών του τροχού από τη χρονική στιγμή $t_1 = 10$s μέχρι να σταματήσει.

(δ΄) τη χρονική στιγμή που το σημείο Α έχει συνολική επιτάχυνση με μέτρο $a_A = \frac{\sqrt{5}}{20}\,\mathrm{m/s^2}$.

5. Η ομογενής ράβδος ΟΑ του σχήματος έχει μάζα $M = 4$kg και μήκος $L = 2$m. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια άρθρωσης στο άκρο Ο και νήματος που είναι δεμένο στο άκρο Α και σχηματίζει γωνία $30°$ με τη ράβδο, όπως δείχνεται στο σχήμα. Από ένα σημείο Γ της ράβδου έχει δεθεί μέσω αβαρούς σχοινιού ένα γιο-γιο μάζας $m = 12$kg, ο κύλινδρος του οποίου έχει ακτίνα $R = 0,1$m. Το γιο-γιο ελευθερώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ και κατέρχεται διαγράφοντας κατακόρυφη τροχιά, χωρίς ποτέ το σχοινί να γλιστρά. Καθώς το γιο-γιο κατέρχεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $a_{γων} = \frac{200}{3}\,\mathrm{rad/s^2}$ το νήμα ΑΒ ασκεί στη ράβδο δύναμη μέτρου $T = 100$N. Να βρείτε: [1]



(α΄) το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο γιογιό.

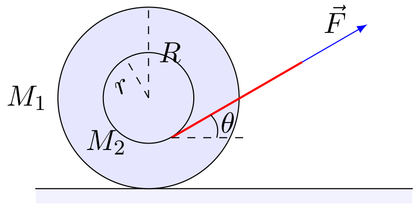
(β΄) τη μεταφορική ταχύτητα του γιο- γιο όταν έχει εκτελέσει $150/\pi$ περιστροφές.

(γ΄) την απόσταση (ΟΓ).

(δ΄) τη δύναμη $\vec{F}$ που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο (μέτρο και διεύθυνση ως προς τον οριζόντιο άξονα).

Δίνεται: $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

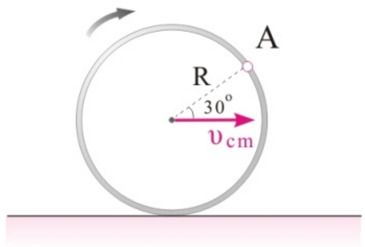
6. Δύο δίσκοι μαζών $M_1 = 3\text{kg}$ και $M_2 = 2\text{kg}$ και ακτίνων $R = 0,5\text{m}$ και $r = 0,3\text{m}$ αντίστοιχα είναι σταθερά συνδεδεμένοι μεταξύ τους έτσι ώστε να είναι ομόκεντροι. Το σύστημα των δύο δίσκων ισορροπεί ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Γύρω από τον μικρό δίσκο είναι τυλιγμένο νήμα.



(α') Διερευνήστε άν υπάρχει γωνία θ έτσι ώστε το σύστημα να ισορροπεί ασκώντας στο νήμα οποιαδήποτε δύναμη F (και υποθέτοντας ότι υπάρχει ικανή τριβή).

(β') Αν για μέτρο δύναμης $F = 40\text{N}$ η τριβή στο προηγούμενο ερώτημα είναι η οριακή τριβή, υπολογίστε τον συντελεστή τριβής συστήματος-εδάφους.

7. Ένας ποδηλάτης, ενώ κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα $\upsilon_0 = 10\text{m/s}$, ξεκινά τη χρονική στιγμή $t = 0$, να κάνει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $a = 1\text{m/s}^2$. Κάθε τροχός του ποδηλάτου έχει ακτίνα $R = 20\text{cm}$ και μάζα $m = 0,5\text{kg}$, που θεωρούμε ότι είναι όλη συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του. Για τη χρονική στιγμή $t = 10\text{s}$ να υπολογίσετε:

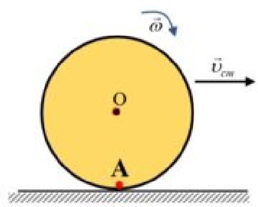


(α') τη μετατόπιση του ποδηλάτου και την ταχύτητα που θα αποκτήσει.

(β') το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Α της περιφέρειας του τροχού, του οποίου η επιβατική ακτίνα σχηματίζει γωνία 30^o με την οριζόντια διάμετρο.

Δίνεται το συν$60^o = \frac{1}{2}$.

8. Ο τροχός του σχήματος έχει ακτίνα $R = 0.5\text{m}$ και είναι αρχικά ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με το οποίο είναι σε επαφή το σημείο του Α, το οποίο έχουμε βάψει κόκκινο, για να μπορούμε να το παρατηρούμε. Κάποια στιγμή $t_0 = 0$, ο τροχός δέχεται ένα απότομο χτύπημα σε σημείο της περιφέρειάς του και αρχίζει να μεταφέρεται με σταθερή ταχύτητα κέντρου μάζας $v_{cm} = 4$ m/s και ταυτόχρονα να στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω. [7]



Παρατηρούμε ότι την δεύτερη φορά μετά την $t_0 = 0$ που το σημείο Α ακουμπά στο δάπεδο ο τροχός έχει μετακινηθεί $x_{cm} = 8\text{m}$.

(α') Να αποδείξτε ότι ο τροχός ολισθαίνει.

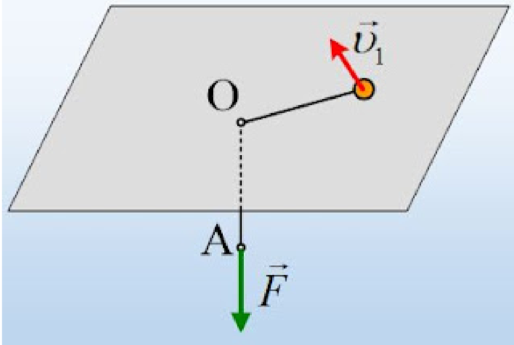
(β') Υπολογίστε την ταχύτητα του κατώτατου και του ανώτατου σημείου του τροχού.

(γ') Να υπολογίσετε το μήκος ολίσθησης του τροχού σε χρονικό διάστημα $\Delta t = 10\text{s}$.

(δ') Να υπολογίστε το μέτρο της μετατόπισης του σημείου Α την χρονική στιγμή $t = 0.5\text{s}$

Δίνεται π=3,14

9. Ένα σφαιρίδιο [8] μάζας $m = 0,3\text{kg}$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι, δεμένο στο ένα άκρο αβαρούς νήματος μήκους $\ell = 1\text{m}$. Το νήμα αφού περάσει από μια τρύπα Ο, στην επιφάνεια του τραπεζιού στο άλλο του άκρο Α, όπου (ΟΑ)=0,4m, μπορούμε να ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη F. Κάποια στιγμή προσδίδουμε στο σφαιρίδιο μια αρχική οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 2\text{m/s}$, με διεύθυνση κάθετη στο νήμα, ενώ ταυτόχρονα ασκούμε στο άκρο Α του νήματος, κατακόρυφη δύναμη μέτρου $F_1 = 3\text{N}$.



(α΄) Να υπολογισθεί η αρχική επιτάχυνση την οποία θα αποκτήσει το σφαιρίδιο.

(β΄) Τι πρόκειται να κάνει το άκρο Α του νήματος;

(γ΄) Αυξάνοντας το μέτρο της ασκούμενης δύναμης F, κατεβάζουμε το άκρο Α του νήματος κατά $h = 0,3\text{m}$, διατηρώντας το σταθερό στην τελική θέση, ασκώντας του δύναμη μέτρου F_2.

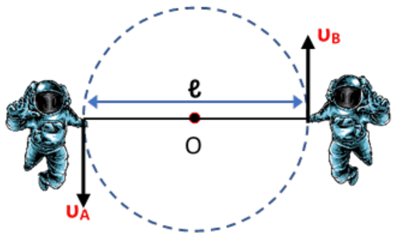
i. Να υπολογιστεί η τελική ταχύτητα υ_2 του σφαιριδίου.

ii. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης F_2.

iii. Πόσο είναι το έργο της δύναμης κατά την διάρκεια της μετακίνησης του άκρου Α του νήματος;

Δεν αναπτύσσεται τριβή μεταξύ νήματος (κατά το πέρασμά του από την τρύπα) και της επιφάνειας τους τραπεζιού.

10. Δύο αστροναύτες [9] Α και Β, ο καθένας μάζας $M = 60\text{kg}$, συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές τεντωμένο σχοινί μήκους $\ell = 10\text{m}$ και αμελητέας μάζας. Οι αστροναύτες βρίσκονται στο διάστημα, μακριά από άλλα ουράνια σώματα, και περιστρέφονται γύρω από το μέσο Ο του σχοινιού με ταχύτητες του ίδιου μέτρου $\upsilon = 2\text{m/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



κάτοψη

(α΄) Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του συστήματος ως προς το σημείο Ο, θεωρώντας τους αστροναύτες ως υλικά σημεία.

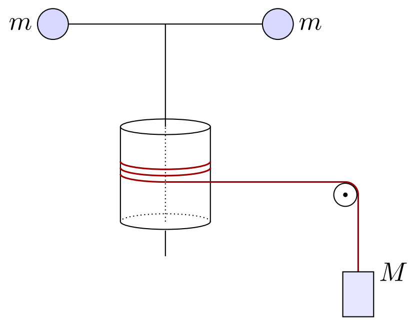
(β΄) Οι αστροναύτες αρχίζουν και τραβούν σχοινί προς το μέρος τους και ελαττώνουν τη μεταξύ τους. Να εξηγήσετε γιατί οι αστροναύτες θα συνεχίσουν να στρέφονται γύρω από το κέντρο Ο.

(γ΄) Αν το σχοινί κόβεται, όταν η τάση του ξεπερνάει την τιμή $T_{max} = 750\text{N}$, ποια είναι η ελάχιστη απόσταση L_{min} των αστροναυτών, ώστε το σχοινί να μην κοπεί;

(δ΄) Να γίνει το διάγραμμα της στροφορμής και της τάσης του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση R από το κέντρο Ο.

Να θεωρηθεί ότι η μετακίνηση των αστροναυτών γίνεται πολύ αργά ώστε να αποκαθίσταται σχεδόν αμέσως κυκλική τροχιά.

11. Η οριζόντια και αβαρής ράβδος του σχήματος έχει μήκος $\ell = 2$m, είναι στερεά συνδεδεμένη στο μέσο της με κατακακόρυφο σωλήνα, ο οποίος μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές. Στο σωλήνα έχει προσαρμοστεί, σταθερά, ένας αβαρής κύλινδρος ακτίνας $R = 0.5$m. Γύρω από τον κύλινδρο είναι τυλιγμένο πολλές φορές λεπτό νήμα, στην ελεύθερη άκρη του οποίου αναρτάται, μέσω τροχαλίας, ένα σώμα μάζας $M = 4$kg. Στα άκρα της ράβδου έχουν στερεωθεί δύο μικρές σφαίρες με ίσες μάζες $m = 2$kg. Το νήμα είναι ιδανικό, αβαρές και δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο.



Αρχικά όλη η διάταξη είναι διατηρείται ακίνητη με μία δύναμη F κάθετη στη ράβδο σε ένα από τα δύο σώματα.

Τη στιγμή $t_0 = 0$ καταργείται η δύναμη F, το σώμα M κινείται προς τα κάτω (με σταθερή επιτάχυνση a) και η ράβδος ξεκινά να περιστρέφεται. Την χρονική στιγμή t_1 το σώμα έχει πέσει κατά $h = 1$m.

Να βρείτε:

(α΄) Την δύναμη F αρχικά.

(β΄) Το πλήθος των περιστροφών μέχρι την χρονική στιγμή t_1.

(γ΄) Τη στροφορμή του συστήματος την χρονική στιγμή t_1.

(δ΄) Τον ρυθμό μεταβολής της τροφορμής και το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος, όσο κατέρχεται το σώμα M.

(ε΄) Τη χρονική στιγμή $t_2 = 2$s το σώμα M φτάνει στο έδαφος. Να υπολογίσετε τον αριθμό περιστροφών που έχει κάνει το σύστημα έως την χρονική στιγμή $t_3 = 4$s.

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$.

Βιβλιογραφία

[1] Ψηφιακά Εκπαιδευτικά Βοηθήματα, http://www.study4exams.gr/, 2019.

[2] Πρόδρομος Κορκίζογλου. https://ylikonet.gr/2022/02/18/ποιες-οι-ταχύτητες/, 2022.

[3] Πουκαμισάς. Επαναληπτικό διαγώνισμα 2019-2020, 2020.

[4] Διονύσιος Μάργαρης. https://ylikonet.gr/2022/02/17/η-δοκός-στηρίζεται-σε-ένα-κιβώτιο/, 2022.

[5] Διονύσιος Μάργαρης. https://ylikonet.gr/2022/10/16/μια-κρυμμένη-στροφορμή/, 2022.

[6] Διονύσιος Μάργαρης. Υλικό φυσικής - χημείας, https://ylikonet.gr, 2018.

[7] Χρήστος Αγριοδήμας. https://ylikonet.gr/2022/10/06/ένας-τροχός-ολισθαίνει/, 2022.

[8] Διονύσιος Μάργαρης. https://ylikonet.gr/2022/10/14/μεταβάλλοντας-την-ακτίνα-της-τροχιάς/, 2022.

[9] Χρήστος Αγριοδήμας. https://ylikonet.gr/2022/10/14/δύο-αστροναύτες/, 2022.