

# 1 Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις

## 1.1 Γενικά

Υπάρχει και εξωτερική περιοδική δύναμη (διεγέρτης) η οποία αντισταθμίζει τις απώλειες σε κάθε περίοδο άρα το πλάτος μένει σταθερό.

Το πλάτος εξαρτάται: - από την συχνότητα  $\omega_\delta$  του διεγέρτη (καμπύλη συντονισμού)  
- από την σταθερά  $b$  της απόσβεσης - από την ιδιοσυχνότητα  $\omega_0$

Η συχνότητα ταλάντωσης είναι πάντα η συχνότητα του διεγέρτη:

$$\omega_\tau = \omega_\delta$$

Το πλάτος μεγιστοποιείται κοντά στην ιδιοσυχνότητα του συστήματος (συντονισμός). Εκεί έχουμε καλύτερη απορρόφηση της προσφερόμενης ενέργειας από το σύστημα που ταλαντώνεται (γιατί είναι εκλεκτικό: θέλει την ενέργεια κοντά στην ιδιοσυχνότητά του).

## 1.2 Περισσότερα θεματάκια

### 1.2.1 Ενέργειες

Σε εξαναγκασμένη ταλάντωση η μέγιστη ταχύτητα και η μέγιστη επιτάχυνση (επειδή είναι παράγωγοι της απομάκρυνσης  $x = A\eta\mu(\omega_\delta t + \phi_0)$ ) περιέχουν την συχνότητα του διεγέρτη  $\omega_\delta$  και όχι την ιδιοσυχνότητα  $\omega_0$ , δηλαδή:

$$v_{max} = \omega_\delta A$$

$$a_{max} = \omega_\delta^2 A$$

Το  $D$  όμως είναι εξ' ορισμού:  $D = m\omega_0^2$

Συνεπώς για τις ενέργειες έχουμε:

$$K_{max} = \frac{1}{2}m\omega_\delta^2 A^2 \neq \frac{1}{2}m\omega_0^2 A^2 = U_{max}$$

Η ισότητα ισχύει μόνο στον συντονισμό όπου  $\omega_\delta = \omega_0$

Αλλιώς μπορεί να ισχύει:  $K_{max} > U_{max}$  ή  $K_{max} < U_{max}$  αναλόγως αν  $\omega_\delta > \omega_0$  ή  $\omega_\delta < \omega_0$

Γενικά δεν ισχύει η ΔΕΤ όπως την ξέραμε στις ελεύθερες ταλαντώσεις.

### 1.2.2 Μέγιστη ταχύτητα

Στην εξαναγκασμένη, όπως και στη φθίνουσα, η ταχύτητα δεν μεγιστοποιείται στη θέση ισορροπίας ( $x = 0$ ), αλλά εκεί που ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow -Dx - bv + F_{\varepsilon\xi} = 0$$

### 1.2.3 Εξίσωση διεγέρτη στον συντονισμό

Γενικά στην εξαναγκασμένη κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

$$\Sigma F = -Dx - bv + F_{\varepsilon\xi} \Leftrightarrow ma = -Dx - bv + F_{\varepsilon\xi} \quad (1)$$

Και αντικαθιστώντας:

$$-m\omega_\delta^2 A \eta\mu(\omega_\delta t + \phi_0) = -m\omega_0^2 A \eta\mu(\omega_\delta t + \phi_0) - bv + F_{\varepsilon\xi} \quad (2)$$

Στον **συντονισμό** όμως οι δύο όροι της επιτάχυνσης και της απομάχρυνσης είναι ίσοι και διαγράφονται, επομένως μένει:

$$-bv + F_{\varepsilon\xi} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\xi} = bv \text{ ή } F_{\varepsilon\xi} = -F' \text{ (κάθε χρονική στιγμή)}$$

Άρα στον συντονισμό ξέρουμε την εξίσωση της διεγείρουσας δύναμης:

$$F_{\varepsilon\xi} = b\omega_0 A \sigma\upsilon\nu(\omega_0 t + \phi_0) \quad (3)$$

### 1.2.4 Ρυθμοί ενέργειας

Ο ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας είναι η ισχύς της εξωτερικής διεγείρουσας δύναμης

$$\frac{dE_\pi}{dt} = F_{\varepsilon\xi} v$$

Ο ρυθμός απώλειας ενέργειας είναι η ισχύς της δύναμης απόσβεσης (χωρίς το μείον)

$$\frac{dE_{\alpha\pi}}{dt} = F' v = bv^2$$

Οι ρυθμοί αυτοί  $\Delta EN$  είναι ίσοι κάθε χρονική στιγμή. Απλά σε κάθε περίοδο η συνολική προσφερόμενη ενέργεια ισούται με την συνολική απώλεια της ενέργειας (γι' αυτό το πλάτος μένει σταθερό).

Οι στιγμιαίοι αυτοί ρυθμοί είναι ίσοι κάθε χρονική **μόνο στον συντονισμό**.